

## **ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. ИЗМЕРЕНИЕ ЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ**

### Введение

Т е п л о в о е излучение - это самосвечение вещества, обусловленное тепловым движением входящих в его состав частиц. Так как тепловое движение неустранимо (оно прекращается только при температуре, равной абсолютному нулю, но такая температура, как известно, недостижима), то и тепловое излучение вещества, его самосвечение, имеет место всегда.

Физический механизм этого излучения зависит от температуры и агрегатного состояния вещества. При низких температурах ( $T < 500-600$  К) излучение обусловлено колебательно-вращательным движением молекул, а также колебаниями атомов или ионов, составляющих твердое тело. Энергия, выделяемая при этом в единичных актах испускания, мала, и поэтому практически весь спектр излучения тел при низких температурах находится в инфракрасной невидимой области.

С ростом температуры тела его энергия становится достаточной, чтобы перевести атомы или молекулы в возбужденные электронные состояния. Энергия излучения из этих состояний значительно больше, чем колебательно-вращательная, поэтому с увеличением  $T$  весь спектр теплового излучения смещается в сторону более коротких длин волн, т.е. в видимую область.

Механизм теплового излучения металлов имеет свои особенности. В металлах есть много свободных, т.е. принадлежащих не отдельным атомам, а всей металлической решетке, электронов. При нагревании средняя

скорость движения этих электронов растет. Но поскольку “свободные” электроны движутся в металлической решетке, то они периодически сталкиваются с ее атомами, тормозятся и, как всякая заряженная частица, движущаяся с ускорением (в данном случае - отрицательным), излучают электромагнитные волны. Понятно, что кроме этого металл при нагревании излучает также за счет колебательно-вращательного и электронного движений составляющих его атомов (ионов).

В процессе излучения тело теряет энергию и охлаждается. Для поддержания постоянной температуры необходим приток энергии извне - за счет поглощения внешнего излучения или тепла от окружающей среды, путем нагрева электрическим током и т.д. При постоянной температуре излучающее тело и окружающая среда находятся в состоянии термодинамического равновесия, которое является основной отличительной чертой теплового излучения.

Приведенная здесь сильно упрощенная схема механизма теплового излучения не учитывает многих его особенностей. Однако, независимо от природы температурно-излучающего вещества были экспериментально установлены следующие качественные закономерности:

- а) при любой температуре  $T > 0$  К все тела излучают электромагнитные волны;
- б) интенсивность излучения не зависит от свойств окружающей среды и определяется только температурой данного тела;
- в) с повышением температуры растет доля энергии теплового излучения, приходящаяся на область коротких длин волн. При низкой (например, комнатной) температуре излучение практически ограничено лишь очень длинными инфракрасными невидимыми волнами. По мере нагревания окраска тела начинает меняться, становясь сначала красной, а затем белой, что указывает на смещение максимума излучения в коротковолновую область спектра;

г) тепловое излучение в отличие от других видов излучения (люминесценции, рассеяния, отражения, тормозного, лазерного) является равновесным, т.е. это электромагнитное излучение тела, находящегося в состоянии термодинамического равновесия со средой.

**Ц е л ь р а б о т ы:** изучение основных законов теплового излучения; практическое ознакомление с методами измерения температуры тела по яркости его свечения; экспериментальное определение постоянных, характеризующих излучение металла (вольфрама).

### Основные характеристики теплового излучения

1. **С п е к т р а л ь н а я** **и з л у ч а т е л ь н а я** **с п о с о б н о с т ь**  $E_{\nu,T}$  или  $E_{\lambda,T}$  (синонимы: спектральная энергетическая светимость; спектральная поверхностная плотность излучения) - энергия, излучаемая единицей поверхности тела (имеющего температуру  $T$ ) за 1 секунду в единичном спектральном интервале. Для абсолютно черного тела эта величина обозначается через  $\varepsilon_{\nu,T}$  или  $\varepsilon_{\lambda,T}$ .

2. **И н т е г р а л ь н а я** **и з л у ч а т е л ь н а я** **с п о с о б н о с т ь**  $E_T$  (синонимы: энергетическая светимость; поверхностная плотность излучения) - энергия, излучаемая единицей поверхности тела (имеющего температуру  $T$ ) за 1 секунду по всему спектру:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda$$

Для абсолютно черного тела эта величина обозначается следующим образом:

$$\varepsilon_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda .$$

3. Объемная спектральная плотность излучения  $\rho_{\nu, T}$  - энергия, содержащаяся в единице объема поля излучения (порожденного телом, имеющим температуру  $T$ ) в единичном спектральном интервале. Для абсолютно черного тела объемная плотность излучения  $\rho_{\nu, T}$  связана с поверхностной плотностью излучения  $\varepsilon_{\nu, T}$  соотношением

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{c}{4} \rho_{\nu, T},$$

где  $c$  - скорость света.

4. Спектральная поглощательная способность тела  $\alpha_{\nu, T}$  или  $\alpha_{\lambda, T}$  - отношение энергии, поглощенной единицей поверхности за 1 секунду в единичном спектральном интервале, к энергии падающего на поверхность световому потоку, т.е.  $\alpha_{\nu, T}$  или  $\alpha_{\lambda, T}$  выражает долю поглощенной энергии. Так как тело не может поглотить энергии больше, чем ее получает, то всегда  $\alpha_{\nu, T} < 1$  (или  $\alpha_{\lambda, T} < 1$ ). Таким образом,  $\alpha_{\nu, T}$  или  $\alpha_{\lambda, T}$  означают долю энергии, поглощенной единичной площадью за 1 секунду.

Для абсолютно черного тела  $\alpha_{\nu, T} = \alpha_{\lambda, T} = 1$ .

#### Закон Кирхгофа для теплового излучения материальных тел

Поместим несколько различных тел с температурами  $T_1, T_2, T_3, \dots$  в откачанную адиабатическую оболочку с идеально отражающими стенками. Тогда обмен энергией между телами возможен только за счет излучения и поглощения ими электромагнитных волн. По законам термодинамики через некоторое время все тела будут иметь одну и ту же температуру, а внутри оболочки установится электромагнитное поле, соответствующее той же температуре, т. е. установится равновесное состояние между тепловым излучением тел и поглощением ими электромагнитных волн.

Для этого случая Кирхгоф сформулировал один из основных законов теплового излучения: отношение спектральной излучательной способности  $E_{\nu,T}$  к спектральной поглотательной способности  $\alpha_{\nu,T}$  не зависит от природы тела (в противном случае равновесное излучение не могло бы существовать там, где есть различные вещества) и является универсальной функцией  $\varepsilon_{\nu,T}$ , зависящей только от температуры и частоты. При этом отдельно взятые  $E_{\nu,T}$  и  $\alpha_{\nu,T}$  могут меняться от одного тела к другому, тогда как их отношение универсально:

$$\left( \frac{E_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_1 = \left( \frac{E_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_2 = \dots = \varepsilon_{\nu,T}. \quad (1)$$

Среди многообразия тел особое место занимает такое, поглотательная способность которого для всех частот при любой температуре равна единице:  $\alpha_{\nu,T} = 1$ . Его называют **абсолютно черным телом (АЧТ)**. Сравнивая определение АЧТ с законом Кирхгофа (1), становится очевидным, что универсальная функция Кирхгофа  $\varepsilon_{\nu,T}$  представляет собой спектральную излучательную способность абсолютно черного тела.

Излучательная способность тела тем больше, чем больше его поглотательная способность. Так как для всех тел, кроме АЧТ, величина  $\alpha_{\nu,T} < 1$ , то из всех тел при одной и той же температуре абсолютно черное тело обладает наибольшей излучательной способностью. Из закона Кирхгофа вытекает также, что всякое тело при данной температуре излучает преимущественно лучи таких частот (длин волн), которые оно при той же температуре сильнее всего поглощает.

В дальнейшем мы будем рассматривать излучающие поверхности твердых тел, спектр излучения которых является непрерывным (сплошным).

Абсолютно черное тело является идеализированным объектом и в природе не существует. Наилучшим приближением к абсолютно черному телу, по предложению Кирхгофа, является замкнутая полость, в стенке которой сделано малое отверстие, через которое излучение из полости может выходить наружу. Полость поддерживается при постоянной температуре. Если стенки полости непрозрачны, то при достаточно малых размерах отверстия в полости установится излучение, бесконечно мало отличающееся от равновесного. Излучение, попадающее в полость через отверстие извне, после многократного отражения от стенок, в конце концов, полностью поглощается ими. Через отверстие будет выходить практически такое же излучение, какое испускалось бы абсолютно черной площадкой той же формы и размеров.

#### Законы излучения абсолютно черного тела

Из закона Кирхгофа следует, что знание аналитического вида функции  $\varepsilon_{\nu,T}$  открывает возможность по формуле (1) рассчитать спектральную энергетическую светимость  $E_{\nu,T}$  для любого тела, если известна его поглощательная способность  $\alpha_{\nu,T}$ , легко измеряемая экспериментально.

Рассматривая модель АЧТ, предложенную Кирхгофом, как равновесную термодинамическую систему, Вину удалось вывести формулу, описывающую распределение спектральной энергетической светимости АЧТ:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (2)$$

где  $F$  - функция, зависящая только от отношения частоты к температуре, явный вид которой нельзя установить термодинамическими методами, не рассматривая конкретного механизма испускания и поглощения. Однако в формуле (2), являющейся прямым следствием термодинамики, вид функ-

ции не должен зависеть от конкретного механизма излучения и поглощения. Так как формула (2) получена с помощью термодинамики, она безусловно верна, поэтому любая другая формула, полученная при помощи каких-либо специальных предположений о механизме излучения, обязательно должна удовлетворять требованиям этой формулы, а именно, содержать (кроме постоянных) куб частоты и функцию отношения  $\nu/T$ .

Поскольку форма закона (2) не должна зависеть от конкретного механизма излучения, то в качестве простейшей модели излучающего материального центра была выбрана модель линейного гармонического осциллятора с собственной частотой  $\nu$ . Находясь в полости с равновесным излучением, под действием хаотически меняющегося электромагнитного поля излучения осциллятор будет совершать вынужденные колебания с хаотически меняющимися амплитудами и фазами, излучая и поглощая электромагнитные волны. Энергия осциллятора будет совершать беспорядочные флуктуации вокруг значения  $\bar{\mathcal{E}}$ . Излучаемая осциллятором за 1 секунду энергия равна:

$$d\mathcal{E} = \frac{2e^2(\ddot{r})^2}{3c^3} = \frac{2e^2}{3mc^3}(2\pi\nu)^2 \bar{\mathcal{E}}, \quad (3)$$

так как  $\dot{r} = -(2\pi\nu)^2 r$ ,  $\overline{\mathcal{E}_{\text{кин}}} = \frac{m \overline{\dot{r}^2}}{2} = \frac{m}{2} \overline{(2\pi\nu r)^2} = \overline{\mathcal{E}_{\text{пот}}} = \frac{1}{2} \bar{\mathcal{E}}$ ,

то есть  $\overline{(\ddot{r})^2} = (2\pi\nu)^4 \overline{r^2} = (2\pi\nu)^4 \frac{\bar{\mathcal{E}}}{m(2\pi\nu)^2} = \frac{(2\pi\nu)^2}{m} \bar{\mathcal{E}}$ .

С другой стороны, осциллятор, помещенный в поле излучения, объемная спектральная плотность которого есть  $\rho_{\nu,T}$ , каждую секунду поглощает энергию этого поля. Поглощенная энергия определяется работой, которую затрачивает поле излучения, поддерживая колебания осциллятора. Работа, произведенная над осциллятором полем излучения в 1 секунду, равна:

$$dW = \frac{\pi e^2}{3m} \rho_{\nu, T}, \quad (4)$$

где  $\rho_{\nu, T}$  - энергия электромагнитного поля частоты  $\nu$ , содержащаяся в единице объема полости.

В случае равновесия излучаемая и поглощаемая осциллятором энергии должны совпадать друг с другом. Поэтому:

$$\rho_{\nu, T} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{\mathcal{E}}, \quad (5)$$

где  $\bar{\mathcal{E}}$  - средняя энергия осциллятора, колеблющегося с частотой  $\nu$ .

Можно показать, что поверхностная плотность излучения  $\varepsilon_{\nu, T}$  (т.е. энергия, излучаемая единицей поверхности АЧТ в 1 секунду, в данном случае единицей поверхности отверстия полости) связана с объемной плотностью излучения  $\rho_{\nu, T}$  (т.е. с энергией, содержащейся в единице объема полости АЧТ) соотношением  $\varepsilon_{\nu, T} = \frac{c}{4} \rho_{\nu, T}$ , поэтому:

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \bar{\mathcal{E}}. \quad (6)$$

Согласно классическим представлениям энергия осциллятора может изменяться непрерывно, причем при равновесии с излучением состояние осциллятора, характеризуемое энергией  $\mathcal{E}$ , встречается с относительной вероятностью  $\exp(-\mathcal{E}/kT)$ , так что  $\bar{\mathcal{E}}$  получается в результате усреднения по всем состояниям с этим весовым множителем. Полагая для краткости  $\gamma = 1/kT$ , находим:

$$\bar{\mathcal{E}} = \frac{\int_0^{\infty} \mathcal{E} \exp(-\mathcal{E}/kT) d\mathcal{E}}{\int_0^{\infty} \exp(-\mathcal{E}/kT) d\mathcal{E}} = \frac{\int_0^{\infty} \mathcal{E} \exp(-\gamma\mathcal{E}) d\mathcal{E}}{\int_0^{\infty} \exp(-\gamma\mathcal{E}) d\mathcal{E}} = -\frac{d}{d\gamma} \ln \int_0^{\infty} \exp(-\gamma\mathcal{E}) d\mathcal{E} =$$



$$= -\frac{d}{d\gamma} \ln \frac{1}{\gamma} = \frac{d}{d\gamma} \ln \gamma = \frac{1}{\gamma} = kT \quad (7)$$

Если это среднее значение энергии осциллятора, определенное классически, подставить в формулу излучения (6), то она дает:

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT = \frac{2\pi k}{c^2} \nu^3 \frac{T}{\nu}. \quad (8)$$

Это - формула Релея-Джинса. Она согласуется с термодинамической формулой Вина (2) и хорошо совпадает с опытом в области малых частот (то есть в длинноволновой области излучения), в этой области интенсивность излучения возрастает пропорционально квадрату частоты. Но для больших частот она уже не верна. Опыт показывает, что интенсивность достигает максимума при некоторой частоте, а затем снова падает. Однако формула (8) не дает никаких указаний на этот максимум; наоборот, согласно формуле Релея-Джинса (8), спектральная интенсивность растет как квадрат частоты и в пределе очень больших частот, то есть очень малых длин волн, становится бесконечно большой. То же самое справедливо и по отношению к полной энергии излучения  $\varepsilon_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu, T} d\nu$  - этот интеграл расходится; имеет место, как говорят, “ультрафиолетовая катастрофа”.

Формула для спектральной энергетической светимости  $\varepsilon_{\nu, T}$  (поверхностной плотности излучения АЧТ), согласующаяся с опытом в любой области частот, была получена Планком путем отказа от классических представлений о непрерывности излучения и поглощения света веществом. Предполагается, что энергия гармонического осциллятора может принимать (помимо  $\varepsilon = 0$ ) не произвольные, а только избранные значения, образующие дискретный ряд:  $\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, \dots$ , где  $\varepsilon_0$  - определенная величина, зависящая только от собственной частоты  $\nu$  осциллятора.

Если осциллятор изолирован, то по истечении достаточно длительного времени он потеряет свою энергию на излучение и перейдет на наинизший энергетический уровень с энергией  $\varepsilon = 0$ . Но если осциллятор находится в поле излучения полости, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре  $T$ , то наряду с излучением будут происходить и акты поглощения, в результате которых возбуждаются и высшие энергетические уровни. Установится вполне определенное состояние детального равновесия, в котором число переходов с излучением в среднем равно числу обратных переходов с поглощением. В этом состоянии будут возбуждены все энергетические уровни, но с различными вероятностями. Вероятности возбуждения энергетических уровней осциллятора пропорциональны величинам: 1 (для  $\varepsilon = 0$ ),  $\exp(-\varepsilon_0/kT)$ ,  $\exp(-2\varepsilon_0/kT)$ , ... .

Теперь в расчете средней энергии осциллятора  $\bar{\varepsilon}$  фигурируют уже не все энергии, как это было раньше, а лишь энергии вида  $\varepsilon_n = n\varepsilon_0$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) и формально вычисление  $\bar{\varepsilon}$  отличается от предыдущего только заменой интегрирования суммированием:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \exp(-\varepsilon_n/kT)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\varepsilon_n/kT)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon_0 \exp(-n\varepsilon_0/kT)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\varepsilon_0/kT)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\varepsilon_0 \exp(-n\gamma\varepsilon_0)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\gamma\varepsilon_0)} = \\ &= -\frac{d}{d\gamma} \ln \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-n\gamma\varepsilon_0) = -\frac{d}{d\gamma} \ln \frac{1}{1 - \exp(-\gamma\varepsilon_0)} = \frac{d}{d\gamma} \ln(1 - \exp(-\gamma\varepsilon_0)) = \\ &= \frac{\varepsilon_0 \exp(-\gamma\varepsilon_0)}{1 - \exp(-\gamma\varepsilon_0)} = \frac{\varepsilon_0}{\exp(\gamma\varepsilon_0) - 1} = \frac{\varepsilon_0}{\exp(\varepsilon_0/kT) - 1} \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя это выражение в формулу (6), получаем :

$$\varepsilon_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{\varepsilon_0}{\exp(\varepsilon_0/kT) - 1} \quad (10)$$

Величину  $\varepsilon_0$  можно определить из требования, чтобы выражение (10) удовлетворяло общей термодинамической формуле Вина (2). Приравняв (10) и (2), видно, что это требование сводится к выполнению соотношения:

$$F\left(\frac{\nu}{T}\right) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{\varepsilon_0/\nu}{\exp(\varepsilon_0/kT) - 1} \quad (11)$$

Но  $\varepsilon_0$  есть характеристика только самого осциллятора, а потому не может зависеть от температуры  $T$  - макроскопического параметра, определяющего состояние вещества и излучения. Величина  $\varepsilon_0$  может зависеть только от собственной частоты  $\nu$  осциллятора. Поэтому для того, чтобы правая часть (11) была функцией только аргумента  $\frac{\nu}{T}$ , необходимо и достаточно, чтобы

$$\varepsilon_0 = h\nu, \quad (12)$$

где  $h$  - постоянная. Эта постоянная универсальна, поскольку в левой части (11) стоит универсальная функция  $F\left(\frac{\nu}{T}\right)$ . Величина  $h$  называется постоянной Планка. Используя (12), получаем выражение для средней энергии квантованного осциллятора в виде:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1},$$

т. е. она не равна  $kT$ , а зависит сложным образом от частоты  $\nu$ . Значит, разным частотам соответствуют различные средние энергии осциллятора. Однако при малых частотах квантовые свойства осциллятора оказываются малозаметными и для  $\bar{\varepsilon}$  получаем  $kT$ , что соответствует закону равномерного распределения энергии осциллятора по степеням свободы.

Если теперь (12) подставить в формулу (10), то получаем формулу Планка:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (13)$$

Обычно эту формулу в практических применениях пишут в переменных  $\lambda$ , используя соотношение  $\varepsilon_{\nu,T} d\nu = \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda$ , то есть  $\varepsilon_{\lambda,T} = \varepsilon_{\nu,T} \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = \frac{c}{\lambda^2} \varepsilon_{\nu,T}$ .

Поэтому в переменных  $\lambda, T$  формула Планка имеет вид:

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5 [\exp(hc/\lambda kT) - 1]} = \frac{c_1}{\lambda^5 [\exp(c_2/\lambda T) - 1]}, \quad (14)$$

где:  $c_1 = 2\pi c^2 h = 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ м}^2 \text{ Вт}$ ,  $c_2 = hc/k = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ м К}$ , так как  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$ ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж К}^{-1}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м с}^{-1}$ .

Формула Планка (14) прекрасно согласуется с опытом во всем измеренном диапазоне температур и длин волн. На рис. 1 представлены несколько кривых, полученных при различных значениях  $T$ . Видно, что с ростом температуры наблюдается смещение максимума в сторону коротких длин волн.

Этот факт составляет содержание важного закона теплового излучения АЧТ - закона смещения Вина, который математически выражается в виде соотношения:

$$\lambda_{\max} T = b = \text{const} \quad (15)$$

где  $\lambda_{\max}$  – длина волны, соответствующая максимуму излучения АЧТ. Закон смещения Вина следует из формулы Планка, которая позволяет определить константу  $b$ . Воспользовавшись условием максимума функции  $\varepsilon_{\lambda,T}$  ( $d\varepsilon_{\lambda,T}/d\lambda = 0$ ), дифференцируя (14), получаем уравнение:

$$\frac{x}{1 - e^{-x}} = 5, \quad (16)$$

где  $x = \frac{hc}{k\lambda_{\max}T} = \frac{c_2}{\lambda_{\max}T}$ . Корень уравнения (16)  $x = 4,965$ , то есть

$$\frac{c_2}{\lambda_{\max}T} = 4,965 \text{ и } \lambda_{\max}T = \frac{c_2}{4,965} = 2,9 \times 10^{-3} \text{ м К, откуда } b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м К.}$$

Как видно из рис. 1, с повышением температуры полная (интегральная) энергия  $\varepsilon_T$  излучения АЧТ (то есть площадь под кривой  $\varepsilon_{\lambda,T}$ ) растет, и как было экспериментально установлено, растет пропорционально четвертой степени температуры:

$$\varepsilon_T = \sigma T^4. \quad (17)$$

Этот факт составляет содержание еще одного из основных законов излучения АЧТ - закона Стефана - Больцмана.

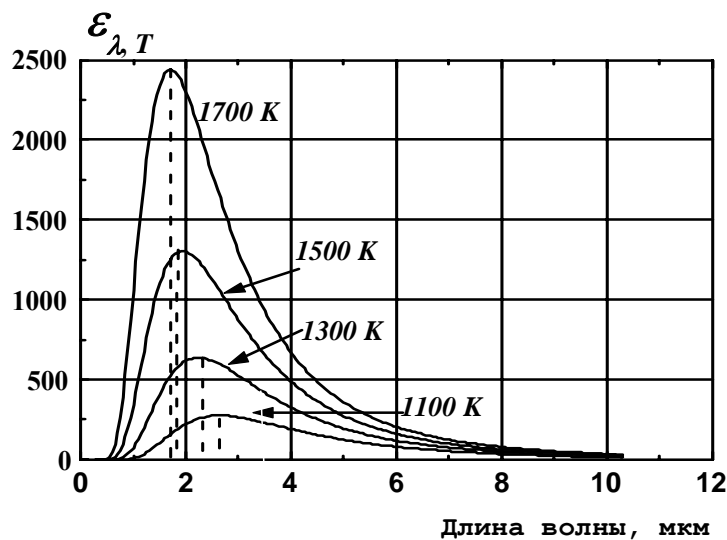


Рис. 1. Зависимость спектральной излучательной способности АЧТ от длины волны при различных температурах

Используя формулу Планка (14), можно обосновать закон (17) и в явном виде получить значение постоянной Стефана-Больцмана  $\sigma$ . Действи-

тельно, интегрируя формулу Планка по всему спектру, получим (вводя переменную  $x = \frac{hc}{k\lambda T}$ )

$$\varepsilon_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda = \frac{2\pi k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx. \quad (18)$$

Последний интеграл равен  $\frac{\pi^4}{15}$ , тогда

$$\varepsilon_T = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4, \quad (19)$$

т. е.  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт м}^{-2} \text{ К}^{-4}$ . Именно по этой формуле, зная из опыта  $\sigma, k, c$ , Планк впервые рассчитал численное значение  $h$ .

Для случая низких частот ( $\frac{h\nu}{kT} = \frac{hc}{k\lambda T} \ll 1$ ) формула Планка приводит к формуле Релея-Джинса (8), так как в этом случае экспоненту в знаменателе формулы (13) целесообразно представить в виде  $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) = 1 + \frac{h\nu}{kT}$  и формула (14) преобразуется к виду :

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{c_1}{c_2} \lambda^{-4} T. \quad (20)$$

В области высоких частот ( $\frac{h\nu}{kT} = \frac{hc}{k\lambda T} \gg 1$ ) экспонента в формуле Планка (13) и (14) оказывается гораздо больше единицы. Пренебрегая последней, получаем

$$\varepsilon_{\lambda,T} = 2\pi c^2 h \lambda^{-5} \exp\left(-\frac{hc}{k\lambda T}\right) = c_1 \lambda^{-5} \exp\left(-\frac{c_2}{kT}\right). \quad (21)$$

Эта формула, также как и формула (2), носит название формулы Вина. Она, в частности, справедлива для всего видимого диапазона длин волн ( $\lambda = 0,4 \div 0,8 \text{ мкм}$ ) вплоть до температур  $\sim 10^4 \text{ К}$ .

Таким образом, из формулы Планка вытекают все основные законы теплового излучения АЧТ. На рис. 2 приведены кривые для  $\varepsilon_{\lambda,T}$  при  $T=1700$  К, построенные по формулам (14), (20), (21), и проведено сравнение с экспериментом.

Возвращаясь к термодинамической формуле Вина (2), следует заметить, что, несмотря на присутствие неявной функции  $F(\frac{v}{T})$ , она приводит к закону смещения Вина (15) и закону Стефана-Больцмана (17). Запишем формулу (2) в переменных  $\lambda, T$ , используя, как и раньше соотношение  $\varepsilon_{v,T} dv = \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda$  :

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{c^4}{\lambda^5} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right). \quad (22)$$

Условие максимума функции  $\varepsilon_{\lambda,T}$   $\left(\frac{d\varepsilon_{\lambda,T}}{d\lambda} = 0\right)$  приводит к уравнению

$$5F(y) + yF'(y) = 0, \quad (23)$$

где  $y = \frac{c}{\lambda T}$ , решением которого является некоторое определенное численное значение

$$y = \frac{c}{\lambda_{\max} T} = \text{const}, \quad (24)$$

т.е. приводит к закону смещения Вина (15). Интегрирование по всем длинам волн функции  $\varepsilon_{\lambda,T}$

$$\varepsilon_{\lambda,T} = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda = T^4 \int_0^{\infty} y^3 F(y) dy = T^4 \times \text{const} \quad (25)$$

приводит к закону Стефана-Больцмана (17), поскольку интеграл по  $y$ , будучи константой, от  $T$  не зависит.

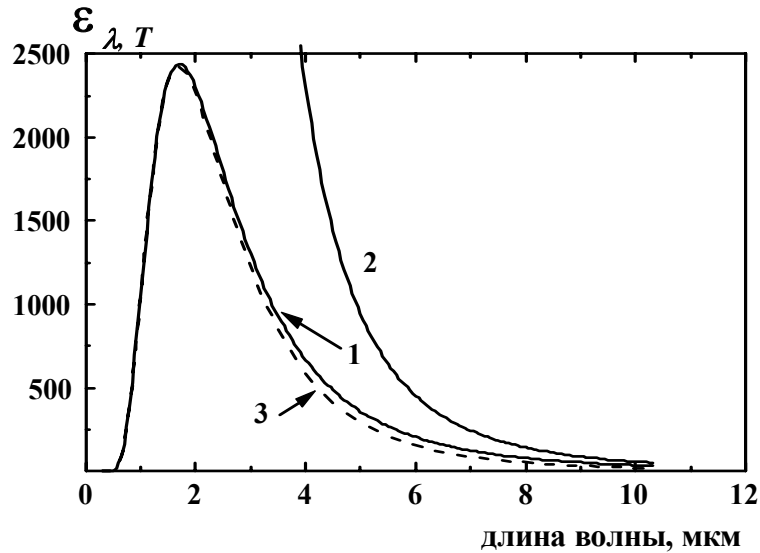


Рис.2. Спектральная излучательная способность АЧТ  $\varepsilon_{\lambda,T}$  при  $T=1700$  К.

1 - экспериментальная кривая, совпадающая с теоретической кривой Планка (14); 2 - теоретическая кривая Релея-Джинса (20);  
3 - теоретическая кривая Вина (21).

Значения постоянных в (24) и (25) могут быть получены только при использовании конкретной модели элементарного излучателя (например, модели гармонического осциллятора), с помощью которой были получены константы  $b$  и  $\sigma$  в формулах (15) и (17).

Снова обратимся к модели квантового гармонического осциллятора, предложенной Планком. Энергетическая система такого осциллятора представляет собой систему равноотстоящих уровней  $\varepsilon_n = n\varepsilon_0$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), где согласно (12),  $\varepsilon_0 = h\nu$ ,  $\nu$  - частота колебаний осциллятора. В этой системе переходы могут осуществляться только между соседними уровнями. При таком переходе испускается квант света (т.е. частица - фотон) с энергией

$$\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n = (n+1)\varepsilon_0 - n\varepsilon_0 = \varepsilon_0 = h\nu,$$

т.е.  $h\nu$ , являясь минимальной энергией осциллятора, одновременно является энергией дискретной частицы - фотона, который испускается гармоническим осциллятором при квантовом переходе. Так возникла идея дис-



кретности излучения, тесно связанная с дискретностью энергии микрообъектов.

Электромагнитное поле в полости можно рассматривать как систему устойчивых колебаний (систему стоячих волн), т.е. как набор осцилляторов, так как стоячая электромагнитная волна с частотой  $\nu$  является излучающей колебательной системой и может быть представлена как модель осциллятора. Но это уже не тот гармонический осциллятор вещества, который мы рассматривали раньше и среднюю энергию которого подсчитывали. Однако, как показывает статистический расчет, энергия стоячих волн с частотой  $\nu$  в единице объема полости численно равна суммарной средней энергии всех осцилляторов вещества, имеющих ту же частоту. Поэтому множитель  $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$  в формуле (5) можно интерпретировать как число осцилляторов поля (стоячих волн) в единице объема полости, имеющих среднюю энергию, равную  $\bar{\epsilon}$ .

Следует заметить, что гипотеза световых квантов, т.е. дискретности излучения, встретила вначале сильное сопротивление. Сам Планк полагал, что излучение не обладает квантовыми свойствами, а ими наделены только осцилляторы вещества. Большая заслуга в укоренении квантовых свойств излучения принадлежит Эйнштейну, который впервые выдвинул гипотезу световых квантов и на основе этой гипотезы дал объяснение фотоэффекту.

### Излучение реальных (нечерных) тел

Для нечерного тела согласно закону Кирхгофа (1)

$$E_{\lambda,T} = \alpha_{\lambda,T} \epsilon_{\lambda,T}, \quad (26)$$

где коэффициент поглощения  $\alpha_{\lambda,T} < 1$  с равным правом можно считать и спектральным коэффициентом излучения (коэффициентом черноты), который показывает, какую долю излучения АЧТ составляет излучение данного нечерного тела.

Для интегральной светимости нечерного тела имеем

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda = \int_0^{\infty} \alpha_{\lambda,T} \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda. \quad (27)$$

Многие тела при нагревании излучают непрерывный спектр, форма которого близка к спектру излучения АЧТ. К их числу в отдельных диапазонах можно отнести твердые тела с шероховатой поверхностью. Такие тела называются серыми (неселективными излучателями). Серое тело - это излучатель, спектральный коэффициент излучения которого меньше единицы и не зависит от  $\lambda$ :  $\alpha_{\lambda,T} = \alpha_T < 1$ . Кривая спектрального распределения энергии серого тела  $E_{\lambda,T}$  аналогична кривой распределения энергии АЧТ  $\varepsilon_{\lambda,T}$  при той же температуре  $T$ .

Интегральная светимость серого тела выражается через интегральную светимость АЧТ:

$$E_T = \alpha_T \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda,T} d\lambda = \alpha_T \varepsilon_T = \alpha_T \sigma T^4. \quad (28)$$

Наибольший практический интерес среди различных материалов представляют металлы, так как они широко используются в качестве искусственных тепловых источников света и нагревать их до различных температур можно путем пропускания через них электрического тока. Интегральная светимость металлов вычисляется по экспериментально установленной зависимости

$$E_T = \alpha_T \sigma T^4 = [1 - \exp(-\beta T)] \sigma T^4, \quad (29)$$

где  $\beta$  - коэффициент, зависящий от рода металла и имеющий порядок величины  $10^{-4}$  (например, для железа  $\beta = 2,76 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , для никеля  $\beta = 1,15 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , для серебра  $\beta = 0,53 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ). По мере увеличения температуры излучателя  $\alpha_T = 1 - \exp(-\beta T) \rightarrow 1$ , т.е. излучение металлов приближается к излучению АЧТ.

Соотношение (29) позволяет найти коэффициент  $\beta$ , характеризующий излучательную способность данного металла, из измерений  $\alpha_T = \frac{E_T}{\varepsilon_T} = \frac{E_T}{\sigma T^4}$  при различных температурах  $T$ :

$$\alpha_T = 1 - \exp(-\beta T), \quad \beta = -\frac{\log(1 - \alpha_T)}{T \log e} = \frac{2,3}{T} \log \frac{1}{1 - \alpha_T}. \quad (30)$$

При  $\beta T > 1$  с некоторой ошибкой можно считать  $1 - \exp(-\beta T) \approx \beta T$  и

$$E_T = [1 - \exp(-\beta T)]\sigma T^4 \approx \beta T \times \sigma T^4 = B T^5, \quad (31)$$

где  $B = \beta\sigma$  имеет порядок величины  $10^{-12}$  Вт  $\text{М}^{-2}$  К $^{-5}$ .

Если, используя литературные данные по интегральной светимости вольфрама построить график зависимости  $\log E_T$  от  $\log T$ , то получается прямая с угловым коэффициентом, равным 5, что подтверждает приближенное соотношение (31).

### Принцип измерения температуры

Тепловое излучение нагретых тел может быть использовано для измерения их температуры. Существуют три метода измерения  $T$ , основанные на законах излучения нагретых тел: по спектральной излучательной способности тела  $E_{\lambda, T}$ , по интегральной испускательной способности  $E_T$  и по относительной излучательной способности на двух длинах волн. Рассмотрим более подробно первый метод, основанный на сравнении спектральной излучательной способности (светимости) нагретого тела со светимостью АЧТ, так как именно этот метод используется в данной работе.

Пусть имеется черное тело, нагретое до некоторой температуры, и специальная пирометрическая лампа, нить накала которой может нагреваться

до различных температур путем изменения тока накала. Будем рассматривать нить на фоне черного тела через светофильтр, выделяющий определенный интервал длин волн. Регулируя ток накала, можно добиться исчезновения контура нити на фоне раскаленного черного тела. Это означает, что светимость обоих тел совпала. Повторяя эту операцию для различных температур черного тела, прокалибруем в шкале температур светимость нити накала в зависимости от тока. После этого пирометрическая лампа может уже служить в качестве термометра.

Если в качестве объекта излучения взять теперь любое нагретое тело и использовать методику, примененную при калибровке нити пирометрической лампы, то можно определить температуру тела. Если оно излучает как абсолютно черное тело, то его искомая температура находится сразу по шкале пирометра. Реально тела не являются черными, так что найденное указанным способом значение температуры, обычно называемой яркостной, будет нуждаться в некоторой поправке.

Яркостной температурой нечерного тела, имеющего температуру  $T$ , называется такая температура  $T_s$  абсолютно черного тела, при которой его яркость (светимость) для узкой области спектра равна яркости (светимости) исследуемого тела в той же спектральной области при истинной температуре  $T$ .

Яркостная температура тела отличается от его истинной термодинамической температуры. Это связано с тем, что, в соответствии с законом Кирхгофа (26), любое тело излучает меньше, чем абсолютно черное при той же температуре, т. е. при одинаковой их светимости температура исследуемого тела должна быть выше температуры черного тела, найденного в опыте.

При фиксированной длине волны  $\lambda = \lambda_1$  излучательная способность АЧТ  $\varepsilon_{\lambda_1, T}$  растет с ростом  $T$  (см. рис. 1). Также с ростом  $T$  растет в соответствии

с (26) излучательная способность реального (нечерного) тела для той же длины волны (рис.3), причем  $E_{\lambda_1, T} < \varepsilon_{\lambda_1, T}$ , т. к.  $\alpha_{\lambda_1, T} < 1$ .

Поскольку металлы в диапазоне видимых длин волн ведут себя как серые тела, то их спектральный коэффициент излучения  $\alpha_{\lambda, T}$  (коэффициент черноты) практически остается постоянным и почти не зависит от  $T$  ( $\alpha_{\lambda, T} \approx \text{const}$ ) в этом диапазоне. Поэтому именно для металлов рост кривых  $\varepsilon_{\lambda_1, T}$  и  $E_{\lambda_1, T}$  на рис. 3 почти одинаков (почти параллелен).

Соотношение Кирхгофа (26) позволяет связать между собой яркостную и термодинамическую температуры тела. Поскольку в измерениях достигается равенство спектральной светимости металла (нечерного тела)  $E_{\lambda_1, T}$  при температуре  $T$  со спектральной светимостью АЧТ  $\varepsilon_{\lambda_1, T}$  при температуре  $T_S$ , то

$$\alpha_{\lambda_1, T} = \frac{E_{\lambda_1, T}}{\varepsilon_{\lambda_1, T}} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1, T_S}}{\varepsilon_{\lambda_1, T}} = \frac{\exp(c_2/\lambda_1 T) - 1}{\exp(c_2/\lambda_1 T_S) - 1}. \quad (32)$$

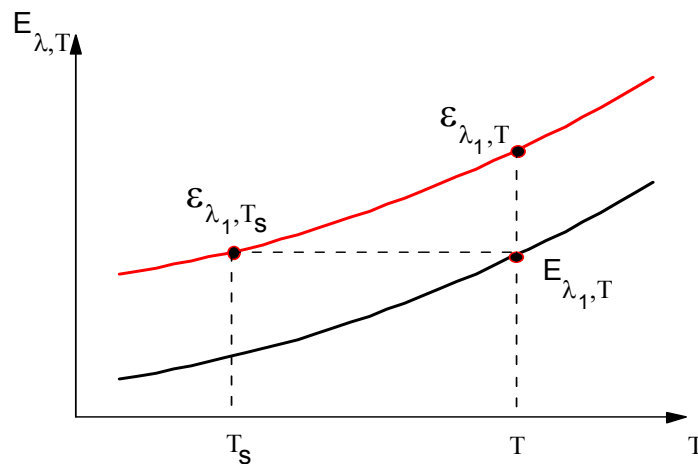


Рис.3. К определению яркостной температуры нечерного тела.

Так как для видимого диапазона  $\frac{c_2}{\lambda_1 T} \gg 1$ , то можно пренебречь единицами в числителе и знаменателе, т.е. по существу использовать формулу Вина (21). В результате получаем

$$\ln \alpha_{\lambda_1, T} = \frac{c_2}{\lambda_1} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_S} \right)$$

и поскольку, как показывает опыт,  $T$  и  $T_S$  отличаются не сильно, для температуры  $T$  изучаемого нечерного тела (металла) получаем:

$$T = T_S - \frac{\lambda_1 T_S^2 \ln \alpha_{\lambda_1, T}}{c_2}. \quad (33)$$

#### Описание установки

Определение истинной температуры тела производится с помощью оптического пирометра с исчезающей нитью и пересчетом полученных значений  $T_S$  в  $T$  по формуле (33). На рис. 4 представлена схема установки.

Объектив пирометра 2 проецирует изображение исследуемого тела 1 в плоскость расположения нити накала пирометрической лампы 4. Нить накала и изображение светящегося тела рассматриваются через окуляр 5. Поворотом и вертикальным смещением пирометра необходимо добиться, чтобы нить накала пирометра частично перекрыла изображение спирали исследуемой лампы накаливания (рис.4а). В трубке окуляра пирометра находится красный светофильтр 6, максимальное пропускание которого соответствует длине волны  $\lambda_1=0,66$  мкм. Этот светофильтр необходим при измерениях температуры всегда, но он может выводиться из поля зрения при наводке объектива пирометра на резкое изображение спирали исследуемой лампы. Управление красным светофильтром осуществляется поворотом выступающего кольца на окуляре пирометра. Кроме красного, имеется еще нейтральный светофильтр 3, предназначенный для равномерного

по всем длинам волн ослабления яркости изображения исследуемых тел, температура которых превышает  $1400^{\circ}\text{C}$ .

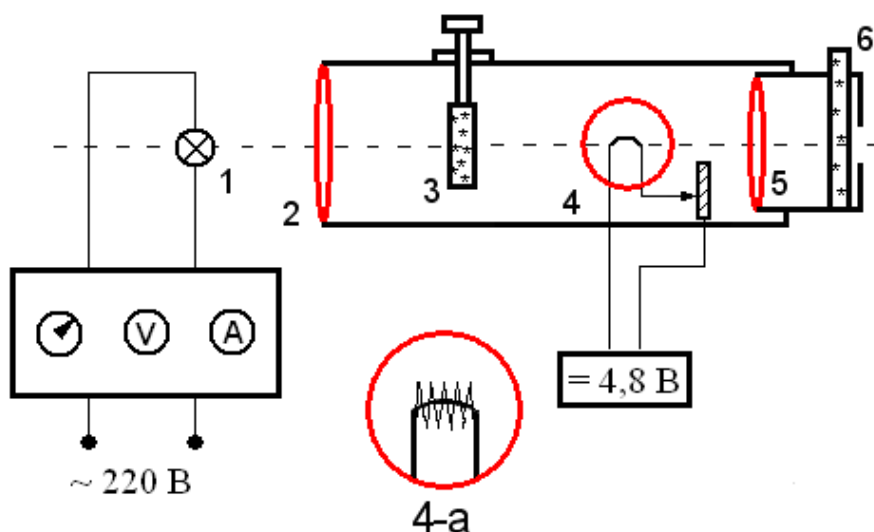


Рис. 4. Схема установки (нить накала пирометрической лампы 4 на рисунке повернута на  $90^{\circ}$ ). 4-а - совмещение нити пирометрической лампы с изображением спирали исследуемой лампы.

В работе в качестве пирометра используется пирометр ПРОМИНЬ-М1, позволяющий измерять температуру в диапазоне от  $800$  до  $2000^{\circ}\text{C}$ .

Конструктивно прибор выполнен в виде малогабаритного переносного прибора, внешний вид которого показан на рис. 5.

На приборе расположено 6 кнопок управления «Вкл», «+», «-», «ЗАП.», «МЕНЮ», «x100» и переключатель диапазонов и дисплей, на котором отображается измеренная температура.

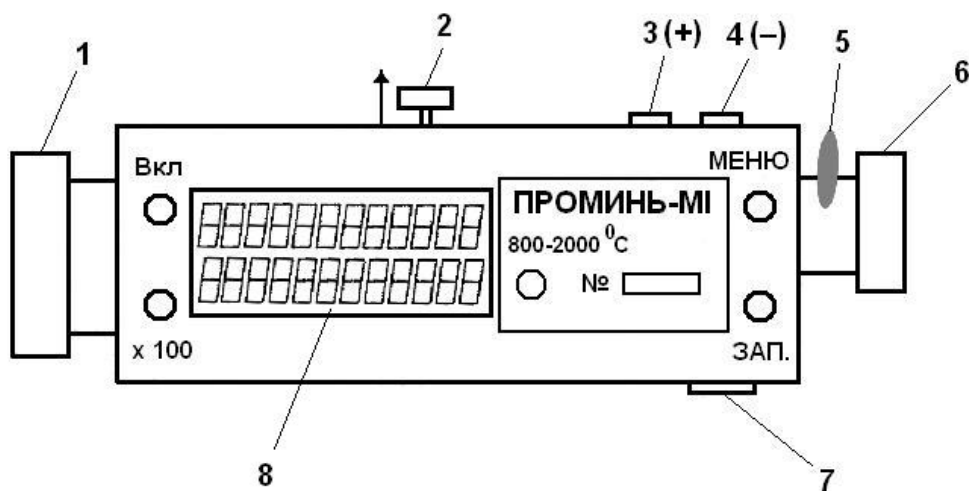


Рис. 5. Внешний вид пирометра. 1 – объектив; 2 – переключатель диапазонов; 3, 4 – кнопки дискретного изменения температуры пирометрической лампы; 5 – устройство ввода красного светофильтра; 6 – окуляр; 7 – гнездо питания, 8 - дисплей.

#### Назначение кнопок

Кнопка «**Вкл**» - кратковременное нажатие включает прибор, длительное нажатие отключает прибор.

Кнопки «+» и «-» - в основном режиме изменяют значение тока лампы с дискретностью  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . После 10 непрерывных увеличений (уменьшений) температуры на  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  прибор выдает одиночный звуковой сигнал и теперь будет увеличивать (уменьшать) температуру с шагом  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  (ускоренный набор).

Кнопка «**x 100**» - при одновременном нажатии с кнопками «+», «-» увеличивает (уменьшает) ток лампы с дискретностью в  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Переключатель диапазонов** для переключения диапазонов измеряемых температур. Если переключатель находится в положении I («утопленное состояние»), температура измеряется в диапазоне от  $800$  до  $1450\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; при измерении температур в диапазоне от  $1200$  до  $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$  переключатель диапазонов необходимо перевести в положение II («отжатое состояние»).



При измерении температур ниже  $900^{\circ}\text{C}$  измерения можно проводить с выведенным красным светофильтром, расположенным перед окуляром пирометра.

Кнопки «ЗАП.» и «МЕНЮ» для выполнения данной работы не требуются. Их назначение можно узнать в Техническом описании и инструкции по эксплуатации прибора у инженера практикума.

Объектом измерений в данной работе является вольфрамовая спираль специальной лампы накаливания. Спираль располагается на расстоянии 1 метр от объектива пирометра. Напряжение и ток накала спирали регулируется автотрансформатором, встроенным в блок питания исследуемой лампы. На этом же блоке расположены приборы, измеряющие силу тока и напряжение на лампе накаливания.

Следует отметить, что в окуляре пирометра рассматривается не сама спираль исследуемой лампы, а ее изображение, даваемое объективом. Ясно, что светимость изображения меньше светимости самой спирали вследствие потерь в объективе. Соответствующая поправка учтена при конструировании пирометра и калибровке его шкал.

Задание 1. Определение истинной температуры спирали исследуемой лампы при различных значениях тока и напряжения.

Порядок выполнения задания.

1. Включить накал нити пирометрической лампы. Нажатием кнопок «+» и «-» нагреть нить до  $800^{\circ}\text{C}$ .
2. Вывести из поля зрения красный светофильтр.
3. Перевести переключатель диапазонов в положение I («утопленное состояние»).
4. Тумблером на блоке питания включить накал исследуемой лампы, ручкой “ток накала” установить ток, равный 2 А.

5. Продольным перемещением объектива пирометра добиться резкого изображения спирали исследуемой лампы. Совместить часть нити пирометра со спиралью лампы, как показано на рис. 4а.

6. Ввести красный светофильтр. Произвести измерение яркостной температуры спирали, для чего с помощью кнопок «+» и «-» и «x 100» (при необходимости) добиться исчезновения изображения нити пирометра на фоне спирали исследуемой лампы. Записать полученные яркостную температуру (отображенную на дисплее), ток и напряжение спирали исследуемой лампы.

7. Увеличивая силу тока через 0,5 А и фиксируя каждый раз значение напряжения, измерить в каждом случае яркостную температуру спирали. При этом нужно иметь в виду, что нить накала обладает тепловой инерцией. Инерционен в восприятии яркостей также человеческий глаз, поэтому все регулировки должны быть плавными. Каждое измерение температуры (для одного и того же значения тока спирали исследуемой лампы) необходимо произвести несколько раз, изменяя накал нити пирометра и вновь добиваясь ее исчезновения на фоне спирали исследуемой лампы.

8. Для каждого значения тока накала вычислить истинную температуру спирали  $T$ , учтя, что коэффициент черноты  $\alpha_{\lambda_1, T}$  для вольфрама при  $\lambda_1 = 0,66$  мкм равен 0,45. Так как  $\alpha_{\lambda_1, T}$  и  $\lambda_1$  являются постоянными величинами, то расчетная формула (33) упрощается: поскольку

$$\frac{(\lambda_1 \ln \alpha_{\lambda_1, T})}{c_2} = -3,66 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \text{ то}$$

$$T = T_S + 3,66 \times 10^{-5} T_S^2 . \quad (34)$$

Формула (34) показывает, что термодинамическая температура серого тела ненамного превышает его яркостную температуру.

Следует помнить, что на шкалах пирометра температура указана в градусах Цельсия и требует пересчета на шкалу Кельвина.

9. Составить таблицу полученных значений  $I$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $T_S$  и построить график зависимости  $T = f(T_S)$ .

Задание 2. Экспериментальное определение интегрального коэффициента излучения  $\alpha_T = \frac{E_T}{\varepsilon_T}$  и коэффициента  $\beta$ , характеризующего излучательную способность вольфрама.

1. Полученные в задании 1 значения  $I$ ,  $V$ ,  $T$  позволяют экспериментально определить интегральный коэффициент излучения  $\alpha_T$  вольфрама. При высоких температурах подводимая к спирали лампы мощность  $P = I V$  полностью расходуется на излучение. Тогда  $E_T = \frac{P}{S} = \frac{I \cdot V}{S}$ , где  $S$  - площадь светящейся поверхности спирали ( $S = 0,6 \text{ см}^2$ ), и  $\alpha_T = \frac{I \cdot V}{S \cdot \sigma \cdot T^4}$ . Убедиться, что с увеличением  $T$  величина  $\alpha_T$  возрастает, приближаясь к 1, и, таким образом, излучение вольфрама приближается к излучению АЧТ.

2. По найденным значениям  $\alpha_T$ , используя формулу (30), вычислить  $\beta$  для тех же температур  $T$ , что и при выполнении задания 1.

3. Используя приближенное соотношение (31), оценить величину  $B$  и сравнить с рассчитанной величиной  $B = \beta \sigma$ , где  $\beta$  - величина, вычисленная по формуле (30). Составить таблицу полученных значений  $T$ ,  $\alpha_T$ ,  $\beta$  и  $B$ .

4. Построить зависимость  $\log E_T = \log \frac{I \cdot V}{S}$  от  $\log T$ .

5. Из полученного графика определить тангенс угла наклона. Это будет  $n$  в законе Стефана-Больцмана для серого тела  $E_T = B \cdot T^n$ . Сравнить с теоретическим значением  $n$  (см. формулу (31)). Объяснить результат. Оценить погрешность.

## Контрольные вопросы

1. Какова природа теплового излучения и каков физический механизм теплового излучения при различных температурах?
2. Назовите основные характеристики теплового излучения. В чем суть закона Кирхгофа?
3. Каковы законы излучения абсолютно черного тела?
4. Какова модель абсолютно черного тела?
5. Какова роль Планка в формировании квантовых представлений в физике? Какие идеи положены в основу вывода формулы Планка?
6. Какова теория излучения реальных (нечерных) тел?
7. Что такое яркостная температура  $T_S$  и как она связана с истинной температурой  $T$  реального (нечерного) тела?
8. Принцип действия, конструкция и метод градуировки оптического пирометра. Определение яркостной температуры тела.

## Литература

Л а н д с б е р г Г.С. Оптика. М., 1976.

М а т в е е в А.Н. Оптика. М., 1985.

Б у т и к о в Е.И. Оптика. М., 1986.

Оптика и атомная физика: Лабораторный практикум по физике / Под ред. Р.И.Солоухина. Новосибирск, 1976.