

## Лабораторная работа № 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТА ПРИ НАБЛЮДЕНИИ КОЛЕЦ НЬЮТОНА

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

При сложении гармонических колебаний  $E_1 = a \cos \Phi$  и  $E_2 = b \cos(\Phi + \delta)$  с одинаковой частотой и постоянной разностью фаз  $\delta$  результирующее колебание получается также гармоническим с той же самой частотой:

$$E = a \cos \Phi + b \cos(\Phi + \delta) = E_0 \cos(\Phi + \alpha). \quad (1)$$

Здесь  $\Phi = \omega t + \delta_1$  – фаза первого колебания.

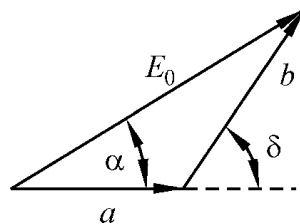
Амплитуда суммарного колебания  $E_0$  может быть определена, например, методом векторного сложения колебаний:

$$E_0^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \delta. \quad (2)$$

Здесь  $a$  и  $b$  – амплитуды складываемых колебаний. Поскольку энергия гармонического колебания пропорциональна квадрату амплитуды, то, как видно из формулы (2), максимальные значения энергии суммарного колебания принимает при значениях разности фаз:

$$\delta = 2\pi m, \quad (3)$$

где  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ . При таких значениях энергия суммарного колебания больше суммы энергий складываемых колебаний. На рис.1 в этом случае  $a$  и  $b$  совпадают по направлению.



**Рис.1. Векторная диаграмма сложения двух гармонических колебаний**

Минимальные значения энергии суммарного колебания реализуются при выполнении условия:

$$\delta = 2\pi \left( m + \frac{1}{2} \right). \quad (4)$$

В этом случае энергия суммарного колебания меньше суммы энергий складываемых колебаний и обращается в ноль при  $a=b$ . На рис.1 векторы  $a$  и  $b$  направлены в противоположные стороны.

Такое сложение колебаний соответствует случаю интерференции монохроматических волн. Для характеристики некогерентных волн вводится понятие длины когерентности  $\tilde{l}$  и времени когерентности  $\tau$ . Они связаны между собой простым соотношением

$$\tilde{l} = c\tau, \quad (5)$$

где  $c$  – скорость света. Можно показать, что время когерентности связано с шириной  $\Delta\nu$  спектра излучения простой формулой

$$\tau = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (6)$$

Учитывая, что  $\nu = c/\lambda_0$ , где  $\lambda_0 = cT$  – длина волны в вакууме,  $T$  – период колебаний, из формул (5) и (6) получим

$$\tilde{l} = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}. \quad (7)$$

Из этой формулы следует, что для случая бесконечно узкой ширины спектра  $\Delta\nu = 0$ , т.е. для монохроматической волны, длина когерентности оказывается бесконечно большой. Если же в излучении света присутствует большое число волн с различными частотами, следует считать, что источник излучает некогерентные волны, а цуги волн конечной временной длительности  $\tau$ . При этом длина когерентности  $\tilde{l}$  цугов волн может быть вычислена по формуле (7).

## **Связь между разностью фаз и разностью хода.**

### **Условия максимума и минимума интенсивности.**

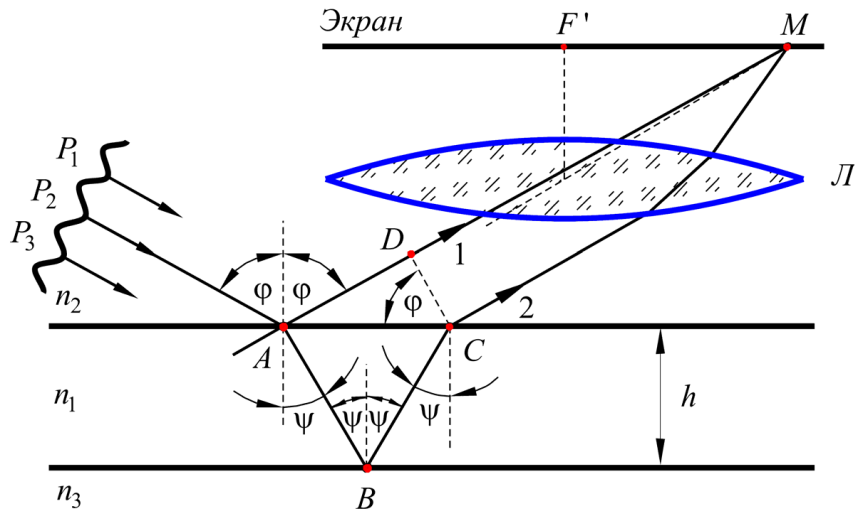
#### **Полосы равного наклона**

Таким образом, можно считать, что в излучении источника света имеется большое число цугов волн с различными частотами, начальными фазами, направлениями излучения. Наблюдать интерференцию, т.е. такое наложение волн, при котором происходит взаимное усиление и ослабление колебаний, с использованием излучения обычного источника света удастся посредством разделения тем или иным способом его излучения на два пучка. Один из пучков приобретает задержку по времени, которая должна быть не больше времени когерентности. Затем оба пучка собирают в одной точке на экране, где в соответствии с принципом суперпозиции происходит сложение колебаний.

Рассмотрим одну из таких схем по наблюдению интерференции света. Пусть свет от источника  $P_1P_2P_3$  падает на плоскопараллельную пластинку толщиной  $h$  (рис.2).

На первой границе раздела двух однородных прозрачных веществ с абсолютными показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  происходит частичное отражение и

преломление с последующим частичным отражением на второй границе раздела и преломлением в точке  $C$ .



**Рис.2. Ход лучей в схеме наблюдения интерференционных полос равного наклона**

Известно, что линза – система таухронная, т.е. она работает таким образом, что мы можем считать время распространения луча 2 от точки  $D$  до  $M$  равным времени распространения луча 1 от точки  $C$  до точки  $M$ . В таком случае задержка создается вследствие неодинаковости длин отрезков пути  $(AB + BC)$  и  $(AD)$ . Запишем колебания в общей точке на экране, соответствующие лучам 1 и 2

$$E_1 = a \cos \Phi = a \cos(\omega t - k_1 z_1 + \delta_1), \quad (8)$$

$$E_2 = b \cos(\Phi + \delta) = b \cos(\omega t - k_2 z_2 + \delta_2). \quad (9)$$

Здесь  $\Phi$  – фаза первого колебания,  $\delta$  – разность фаз,  $k_1 = 2\pi/\lambda_1 = 2\pi n_1/\lambda_0$  – волновое число в среде с показателем преломления  $n_1$ ,  $k_2 = 2\pi/\lambda_2 = 2\pi n_2/\lambda_0$ ,  $\delta_1$  – скачок по фазе при отражении в точке  $B$ ,  $\delta_2$  – то же для второго луча в точке  $A$ ,  $z_1 = 2AB$ ,  $z_2 = AD$ . В фазы колебаний в формулах (8) и (9) не включены отрезки  $P_2A$ , а также  $DM$  и  $CM$ , на которых не образуется разности фаз. Вычислим разность фаз колебаний:

$$\delta = k_1 z_1 - k_2 z_2 + \delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (z_1 n_1 - z_2 n_2) + \delta_2 - \delta_1. \quad (10)$$

Здесь  $z_1 = 2h / \cos \psi$ ,  $z_2 = AC \cdot \sin \varphi$ . Введем обозначение:

$$\Delta = z_1 n_1 - z_2 n_2 + \lambda_0 \left( \frac{\delta_2 - \delta_1}{2\pi} \right). \quad (11)$$

Первое слагаемое в этой формуле представляет собой разность оптических длин пути лучей 1 и 2. Величина  $\Delta$  называется оптической разностью хода. Учитывая, что  $AC = 2AB \sin \psi$ , а  $\varphi$  и  $\psi$  связаны между собой законом преломления

$$n_2 \sin \varphi = n_1 \sin \psi,$$

для вычисления разности хода получим формулу:

$$\Delta = 2hn_1 \cos\psi + \lambda_0 \left( \frac{\delta_2 - \delta_1}{2\pi} \right). \quad (12)$$

Из формул (10) и (11) разность фаз  $\delta$  и разность хода  $\Delta$  связаны между собой следующим соотношением:

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta}{\lambda_0}. \quad (13)$$

Отсюда ясно, что если мы хотим, чтобы колебания в точке  $M$  осуществлялись синфазно (см. формулу (3)), необходимо потребовать, чтобы разность хода удовлетворяла условию

$$\Delta = m\lambda_0. \quad (14)$$

Это условие является условием максимума освещенности или интенсивности в точке  $M$ . Условие минимума освещенности имеет вид

$$\Delta = \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0. \quad (15)$$

Поскольку величина  $\Delta$  (см. формулу (11)) в случае монохроматического освещения, т.е. при постоянном  $\lambda_0$ , является функцией угла падения  $\varphi$ , то постоянному значению  $\varphi$  будет соответствовать постоянная величина  $\Delta$  и, следовательно, постоянная освещенность. Поэтому наблюдаемая на экране картина будет представлять собой для заданной длины волны  $\lambda_0$  (цвета) светлые и темные полосы в форме concentric окружностей. Соответствующие полосы на экране называются полосами равного наклона.

Для наблюдения полос равного наклона необходимо экран располагать в фокальной плоскости линзы, а при наблюдении глазом необходимо аккомодировать глаз на бесконечность. В этом случае говорят, что интерференционные полосы равного наклона локализованы в бесконечности.

Если источник света излучает немонохроматическую волну, т.е. если в излучении присутствуют волны различных частот (разного цвета), то образуется сложная картина, представляющая собой результат наложения полос разного цвета. Максимумы интенсивности разного цвета наблюдаются под разными углами (мыльный пузырь, пленка масла на воде). При этом толщина слоя, входящая в формулу для вычисления разности хода, должна удовлетворять условию

$$\Delta < \tilde{l}. \quad (16)$$

Для оценки порядка величины длины когерентности  $\tilde{l}$  излучения источника белого цвета можно использовать то обстоятельство, что глазом в диапазоне от  $4000 \text{ \AA} = 0,4 \text{ мкм}$  (фиолетовый) до  $7000 \text{ \AA} = 0,7 \text{ мкм}$  (красный) совершенно уверенно различаются по крайней мере три цвета (глаз человека содержит три сорта зрительных рецепторов, чувствительных к трем цветам (красный, синий, зеленый). Тогда в качестве ширины интервала неразличимых оттенков следует принять  $\Delta\lambda_0 = 1000 \text{ \AA}$ . В этом случае длина когерентности окажется порядка  $5 \div 6 \lambda_0$ , т.е. порядка  $2 \div 3 \text{ мкм}$ . Таким образом, становится понятным, почему не наблюдается интерференционная картина на плоскопараллельном слое оконного стекла.

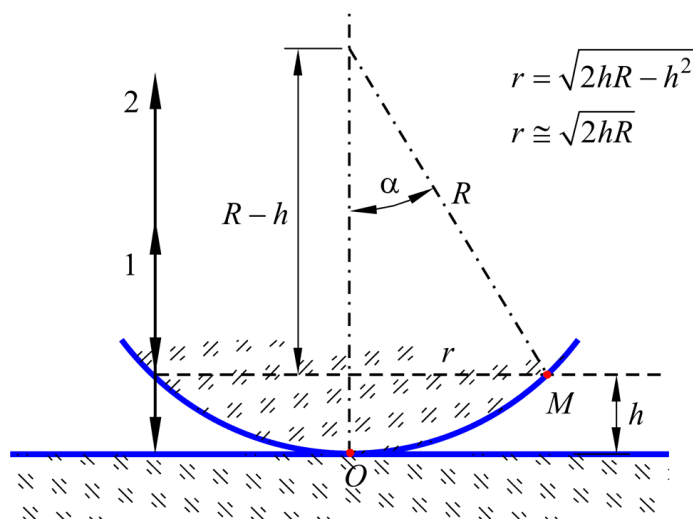
### Полосы равной толщины. Кольца Ньютона

В отличие от полос равного наклона интерференционные полосы равной толщины наблюдаются в слое вещества переменной толщины  $h$ . Поскольку при наблюдении с использованием белого света толщина  $h$  должна удовлетворять условию (16) и, следовательно, должна быть чрезвычайно малой, слой вещества можно считать локально в каждой точке плоскопараллельным. Угол клиновидности слоя при этом настолько мал, что можно пренебречь им при выводе формулы для разности хода и воспользоваться результатами, полученными выше (см. формулу (12)).

Если при наблюдении интерференционных полос обеспечено условие постоянства угла  $\varphi$ , под которым падает свет от источника на слой переменной толщины, то при постоянном  $\lambda_0$  фактически единственной переменной величиной в формуле (12) для вычисления разности хода становится толщина слоя  $h$ . В этих условиях постоянному значению  $h$  соответствует постоянная разность хода и, следовательно, постоянная интенсивность.

Анализ хода лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей, с учетом клиновидности показывает, что эти лучи пересекаются под очень малым углом в непосредственной близости от верхней поверхности (на расстоянии порядка долей миллиметра). Поэтому при наблюдении интерференционных полос равной толщины глаз необходимо аккомодировать почти строго на верхнюю поверхность клина. При наблюдении с использованием линзы экран следует располагать в плоскости, сопряженной по отношению к верхней поверхности клина. В этом случае говорят, что полосы равной толщины локализованы на поверхности клина.

Чтобы реализовать на практике клин переменной толщины можно положить собирающую линзу выпуклой стороной на плоскую поверхность стеклянной пластинки (рис. 3).



**Рис. 3. Оптический клин, возникающий в зазоре между сферической поверхностью линзы и плоской поверхностью стеклянной пластинки**

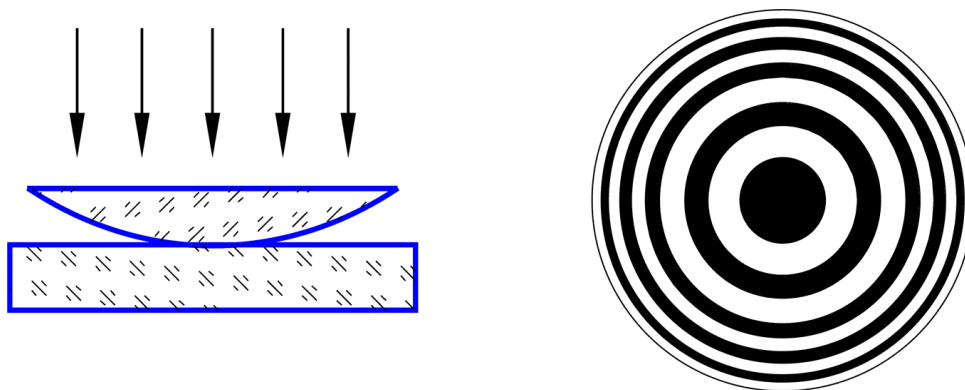
Вблизи точки касания  $O$  в некоторой области образуется воздушный клин достаточно малой толщины. Постоянному значению  $h$  соответствует множество точек, равноудаленных от точки касания  $O$  (окружность радиуса  $r$ ). Для  $R = 1$  м и  $h = 1$  мкм получим  $r = 1.414$  мм. При этом угол клиновидности слоя воздуха в точке  $M$  будет очень мал:

$$\alpha \cong \frac{r}{R} \cong 4.8'.$$

Поэтому если свет от источника падает вертикально, можно пренебречь преломлением и считать без заметной ошибки, что отражательные лучи 1 и 2 идут вверх по одной прямой с запаздыванием один относительно другого. В формуле (12) для подсчета разности хода следует принять  $n_1 = 1$ ,  $\cos\psi = 1$ ,  $\delta_1 = \pi$ ,  $\delta_2 = 0$ . Тогда разность хода оказывается равной:

$$\Delta = 2h - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (17)$$

Из формулы (17) следует, что в центре наблюдаемой интерференционной картины, т.е. в точке  $O$ , должно получаться темное пятно для всех длин волн (в отсутствие пылинок на поверхности стекла можно принять  $h = 0$ ). Разность хода в этой точке  $\Delta = -\lambda_0/2$ , разность фаз (см. формулу (13))  $\delta = -\pi$ , т.е. соответствующие колебания осуществляются в противофазе и гасят друг друга. При этом амплитуды колебаний  $a$  и  $b$  оказываются приблизительно равными, так как на границе стекло - воздух и воздух - стекло в условиях опыта отражается малая доля падающего светового потока (коэффициент отражения при нормальном падении для  $n_2 = 1.5$ ,  $n_1 = 1$  и  $n_3 = 1.5$  составляет 4 %). Поэтому волны, отраженные от верхней и нижней границ клиновидного воздушного зазора гасят друг друга практически полностью. Наблюдаемая интерференционная картина в отраженных лучах получается отчетливой в отличие от картины в проходящем свете, где  $a$  и  $b$  существенно неодинаковы.



**Рис.4. Оптический клин между линзой и плоскопараллельной пластиной и вид наблюдаемых интерференционных колец Ньютона**

Первая светлая интерференционная полоса получается в точках, соответствующих условию  $h = \lambda_0/4$ . Отсюда следует, что она будет круглой по форме и при наблюдении в белом свете окрашенной. При этом соответствующие радиусы для колец красного цвета будут больше, чем для фиолетовых. Вся интерференционная картина представлена совокупностью светлых и темных полос (рис.4) круглой формы с центром в точке  $O$  (кольца Ньютона). Радиусы темных колец соответствуют условию

$$2h_m = m\lambda_0, \quad (18)$$

где  $m$  – номер кольца, и получаются равными

$$r_m = \sqrt{m\lambda R}. \quad (19)$$

Отсюда получается формула, с помощью которой в работе определяется длина волны по измеренным диаметрам  $d_m$  и  $d_k$  темных или светлых колец Ньютона с номерами  $m$  и  $k$ :

$$\lambda_0 = \frac{d_m^2 - d_k^2}{4R(m - k)}. \quad (20)$$

Нетрудно доказать, что формула (20) остается справедливой для светлых колец Ньютона, а также для случая, когда в точке  $O$  (см. рис.2) толщина слоя воздуха не равна нулю.

При наблюдении интерференционной картины с использованием источника белого света следует обратить внимание, что число наблюдаемых колец Ньютона порядка  $5 \div 6$  (см. формулу (16) и пояснения к ней). Применение светофильтра приводит к сужению ширины спектра используемого света  $\Delta\lambda_0$  и, следовательно, к увеличению длины когерентности  $\tilde{l}$  (см. формулу (7)). Число наблюдаемых колец Ньютона при этом увеличивается. По измеренному числу наблюдаемых колец может быть оценена спектральная ширина  $\Delta\lambda_0$  пропускания используемого светофильтра.

Применение ртутного источника света позволяет осуществить дальнейшее сужение ширины спектра  $\Delta\lambda_0$  и соответствующее увеличение числа наблюдаемых колец Ньютона.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Система получения колец Ньютона (линза – плоская пластинка) располагается на подвижном столике измерительного микроскопа, который предназначен для наблюдения и измерения диаметров этих колец (рис. 5).

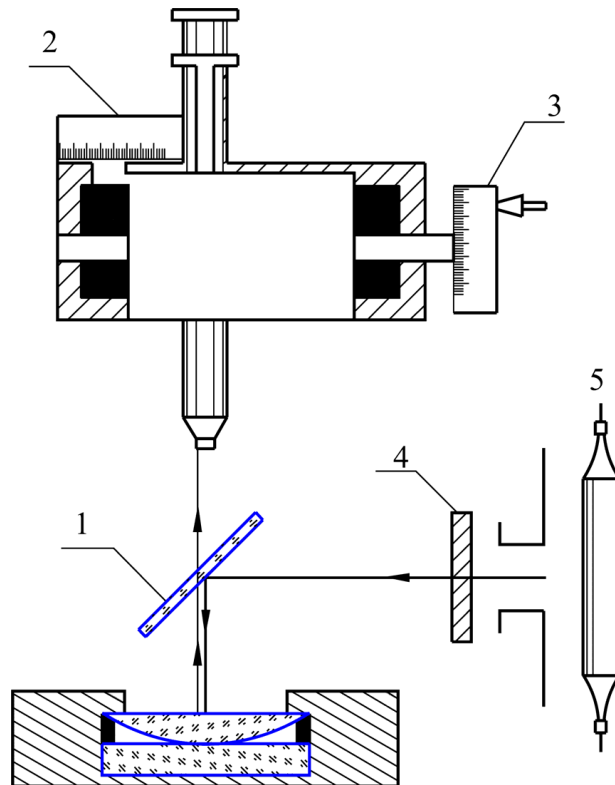
Плоскопараллельная стеклянная пластинка 1 устанавливается под углом  $45^\circ$  к оси тубуса микроскопа и служит для освещения системы “плосковыпуклая линза – плоская пластинка” и в то же время не препятствует наблюдению колец Ньютона.

Тубус микроскопа при помощи микрометрического винта может перемещаться в горизонтальном направлении и положение его оси вычисляется по шкале 2 и барабану 3 с точностью до сотых долей миллиметра.

### Упражнений № 1. Определение радиуса кривизны линзы

1. Включить источник света. Установить на окуляр микроскопа светофильтр с известной полосой пропускания.
2. Убедившись в том, что свет лампы попадает на плоскопараллельную пластинку, и она установлена под углом  $45^\circ$  к оси, сфокусировать микроскоп на резкое видение колец.
3. Вращая барабан подвижной каретки, навести перекрестие нитей на середину линии какого-либо удаленного от центра темного или светлого кольца, например, 6-го слева, и произвести отсчет. Затем необходимо навести перекрестие последовательно на 5, 4, 3 и т.д. кольца, каждый раз производя такие же отсчеты. Пройдя центральное пятно, проделать те же измерения вправо, вплоть до 6-го кольца.
4. Из полученных отсчетов определить диаметры колец. Радиус кривизны линзы находится из формулы (20). Для повышения точности результатов следует комбинировать диаметр кольца с номером  $k/2$  с диаметром  $k$ -го кольца,

диаметр кольца с номером  $(k/2-1)$  с диаметром  $(k-1)$  - го кольца. По результатам найти среднее значение и оценить ошибки измерений радиуса кривизны сферической поверхности.



**Рис. 5. Схема установки для наблюдения и измерения диаметров колец Ньютона**

### Упражнений № 2. Определение длины волны

1. Установить нужный светофильтр (отличный от светофильтра, используемого в 1-м упражнении).
2. Повторить все измерения, указанные в упражнении 1.
3. Подставляя в формулу (20) найденное значение радиуса кривизны линзы, определить длину волны.

### Замечание к постановке работы

Кольца Ньютона в данной работе наблюдается в отраженном свете с помощью измерительного микроскопа “Мир-12”. Для этого в предметный столик микроскопа вмонтированы в круглой оправе диаметром 5 см плоскопараллельная пластинка и положенная на нее плосковыпуклая линза с большим радиусом кривизны. Снизу под плоскопараллельную стеклянную пластинку положена черная бумага для того, чтобы избежать отражения света от посторонних поверхностей. Предметный столик измерительного микроскопа может передвигаться в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Кроме того, тубус микроскопа также может передвигаться в горизонтальной плоскости (вдоль столика) с помощью измерительного барабана, один оборот которого соответствует перемещению тубуса на 1 мм. На столике, перед оправой системы “плоскопараллельная пластинка – плосковыпуклая линза”, на двух



стойках помещена стеклянная пластинка. Эта пластинка может поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через стойки, и служит полупрозрачным зеркалом для освещения системы, образующей кольца.

### **Контрольные вопросы**

1. Основные характеристики колебаний и волн и их физический смысл (частота, период, круговая частота, волновое число, скорость распространения волны, длина волны, амплитуда, фаза).
2. Сложение гармонических колебаний. Условия максимума и минимума энергии суммарного колебания.
3. Вывод формулы, связывающей разность фаз с разностью хода.
4. Вывод формулы для разности хода интерферирующих лучей в схеме наблюдения колец Ньютона.
5. Объяснение формы наблюдаемых интерференционных полос и их окраски.

### **Литература**

1. Ландсберг Г.Г. Оптика. М.: Наука, 1976.
2. Бутиков Е.И. Оптика. М.: Высшая школа, 1986.