

Лабораторная работа № 4

ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Любая волна, распространяющаяся в однородной среде, свойства которой не меняются от точки к точке, сохраняет направление своего распространения. В неоднородной среде, где при прохождении волны испытывают неодинаковые изменения амплитуды и фазы на поверхности волнового фронта, первоначальное направление распространения изменяется. Это явление называют дифракцией. Дифракция присуща волнам любой природы, и практически проявляется в отклонении направления распространения света от прямолинейного.

Дифракция возникает при любом локальном изменении волнового фронта, амплитудном или фазовом. Подобные изменения могут вызываться присутствием непрозрачных или частично прозрачных преград на пути волны (экранов), или участков среды с иным показателем преломления (фазовых пластинок). Роль дифракционных явлений существенно зависит от параметра

$$m = \frac{r^2}{\lambda b},$$

где r - размер неоднородности, вызвавшей дифракцию, λ - длина волны, b - расстояние, по порядку величины равное расстоянию от неоднородности до точки наблюдения. При $m \gg 1$ хорошо выполняются законы геометрической оптики и дифракционные эффекты не играют существенной роли. При $m \sim 1$ дифракционные явления резко выражены.

Несмотря на то, что явление дифракции в оптике имеет место всегда, для наблюдения дифракции требуется постановка специальных экспериментов, в которых реализуется условие $m \sim 1 \dots 10$. Цель работы – экспериментальное исследование дифракции на круглом отверстии и наблюдение дифракционных картин на отверстиях различной формы. Основная задача состоит в измерении положения характерных точек в зависимости распределения освещенности вдоль оси отверстия и сопоставление экспериментальных результатов с теорией.

Сравнительно простой случай дифракции на круглом отверстии представляет большой практический интерес, так как связан с разрешающей способностью оптических систем. Задача теории дифракции состоит в расчете распределения электромагнитного поля в пространстве при заданных расположениях источников и экранов. Точное решение задачи представляет большие математические трудности. Существует приближенный метод решения задачи, который применим при выполнении следующих условий:

- размеры экранов или отверстий в них, а также расстояния от источников и точек наблюдения до экранов значительно превышает длину волны;
- рассматриваются небольшие отклонения света от направлений лучей, определяемых геометрической оптикой.

Основой этого метода является волновой принцип.

Принцип Гюйгенса (1690 г.) – Френеля (1819 г.)

Согласно этому принципу амплитуда поля в точке P (рис.1) определяется суммой с учетом фаз сферических волн, приходящих в P от вторичных источников, расположенных на произвольной поверхности Π , окружающей действительный источник S .

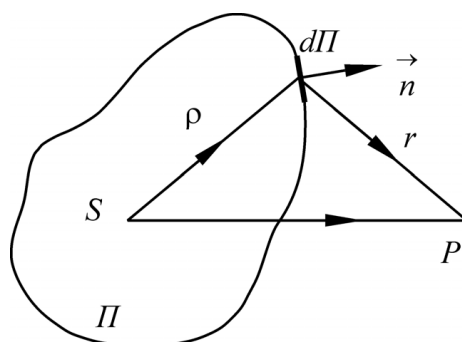


Рис. 1. К пояснению принципа Гюйгенса-Френеля

При этом колебание вторичного источника определяется по амплитуде и фазе действительного колебания, дошедшего до элемента $d\Pi$ от источника S , с помощью соотношения

$$A_n = A \frac{A_s}{\rho} \cos \left[\omega \left(t - \frac{\rho}{c} \right) + \frac{\pi}{2} \right] d\Pi_n,$$

где A – коэффициент пропорциональности, A_s / ρ - показывает уменьшение амплитуды сферической волны, исходящей из S на пути ρ ; сдвиг фазы $\pi/2$ появился из-за приближенного характера принципа и необходим для согласования расчета с экспериментом; величина $d\Pi_n$ есть проекция площади $d\Pi$ на плоскость, перпендикулярную \vec{n} (очевидно, что какой бы формой не обладал участок $d\Pi$, через него будут проходить одинаковые лучи, если только $d\Pi_n$ будет неизменной, а потому и его действие на поле в точке P будет одинаковым).

Колебание в точке P , созданное элементом $d\Pi$, будет меньше по амплитуде в $1/r$ раз из-за запаздывания на пути от $d\Pi$ до P и сдвинуто по фазе на $\frac{\omega}{c} r$, а колебание по всей поверхности Π будет суммой вида

$$A_p = \sum_{d\Pi} A d\Pi = \int_{\Pi} d\Pi_n \frac{A A_s}{\rho r} \cos \left[\omega \left(t - \frac{\rho}{c} - \frac{r}{c} \right) + \frac{\pi}{2} \right]. \quad (1)$$

Выражение (1) есть математическое решение проблемы дифракции. Однако, интеграл (1) нелегко вычислить даже для простых случаев. Поэтому были разработаны приближенные методы, одним из которых является метод зон, рассмотренный ниже.

Метод зон Френеля

В качестве Π удобно взять сферу, совпадающую со сферическим фронтом волны, излученной источником S . На рис.2 показана часть этого волнового фронта. Очевидно, что на поверхности Π $\rho = a = \text{const}$. При этом амплитуды и фазы колебаний вторичных источников на Π будут одинаковы. Таким образом, осталось учесть только изменение фазы из-за разности хода от различных точек Π до P . Произведем разбиение Π на участки (зоны) такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до P отличались на $\lambda/2$, т.е. $O_1P - OP = \lambda/2$ и т.д. Получим зоны, обозначенные цифрами 1, 2, 3 и т.д. на рис.2 Очевидно, что расстояние $O_1M_1 = \lambda/2$. Величина OO_m (радиус m -й зоны) может быть определена как

$$r_m = OO_m = \sqrt{\frac{\lambda}{2} \frac{ab}{a+b} m}. \quad (2)$$

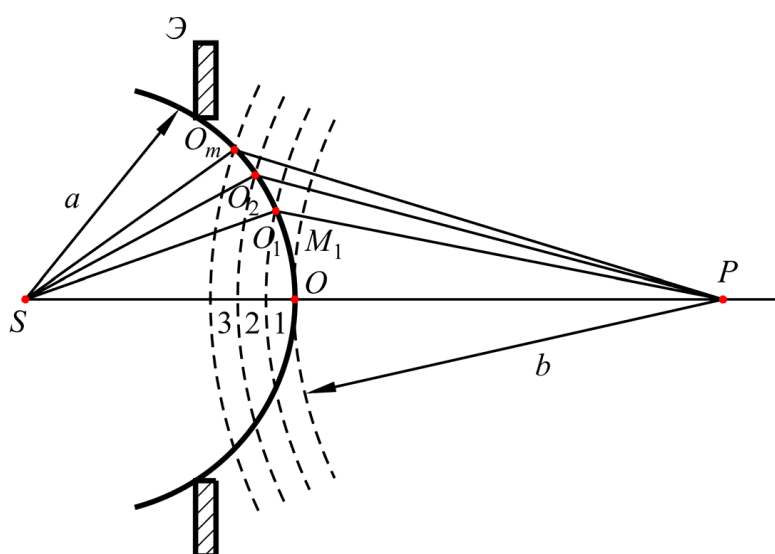


Рис. 2. Схема построения зон Френеля

Можно показать, что площади зон приблизительно одинаковы, амплитуды колебаний в точке P , создаваемых первой, второй, n -й зонами несколько уменьшаются с ростом номера зоны, а фазы колебаний, создаваемых соседними зонами отличаются на π .

Для расчета амплитуды поля в точке P можно использовать векторную диаграмму рис.3. Амплитуда колебаний будет равна длине вектора \overline{OA} , а фаза колебания равна углу φ , причем положение точки A соответствует числу открытых зон Френеля. Положения соответствующие 0,5; 1; 1,5; 2 и т.д. открытым зонам Френеля, показано на рис.3.

Если между источником и точкой наблюдения поставить экран с отверстием (обозначен буквой Э на рис.2), то число открытых зон будет равным

$$m = \frac{r^2}{\lambda f}; \quad f = \frac{ab}{a+b}, \quad (3)$$

где r – радиус отверстия. Как следует из диаграммы рис.3 при четном m будет минимум, а при нечетном m будет максимум света в точке P . При полностью

открытом отверстии $r \rightarrow \infty$, $m \rightarrow \infty$ и амплитуда равна $A_1/2$, где A_1 – амплитуда, создаваемая первой зоной.

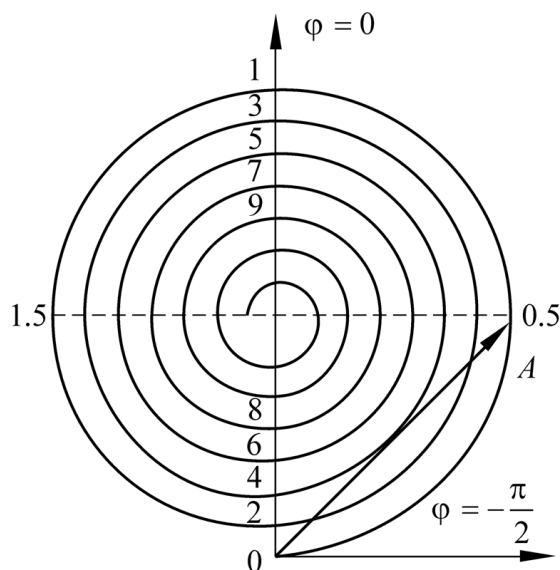


Рис. 3. Векторная диаграмма сложения колебаний дифрагировавших волн

Очевидно, что при неизменном a , λ , r число зон и амплитуда колебания в точке P есть функция b . При $a \rightarrow \infty$, $m = \frac{r^2}{\lambda b}$, так как $f \rightarrow b$. На рис.4 показана зависимость интенсивности света в точке P от b при $a = \infty$. Через I_∞ обозначена интенсивность в точке P при полностью открытом волновом фронте. Цифрами отмечены те расстояния b , при которых на отверстии укладывается целое число зон Френеля.

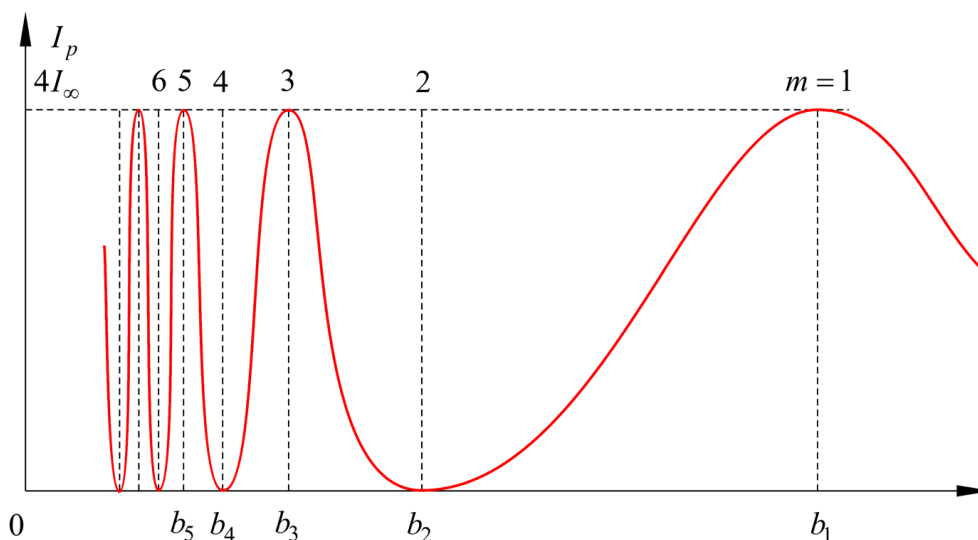


Рис. 4. Изменение интенсивности света в центре дифракционной картины Френеля в зависимости от расстояния от отверстия

Численные оценки дают $b_1 \approx 20$ м при $\lambda = 0,5$ мкм и $r \sim 3$ мм, поэтому габариты установки для наблюдения дифракции сравнительно велики. Для их сокращения будем

использовать схему наблюдения, показанную на рис.5. Свет от точечного источника S , находящегося в фокусе линзы L_1 , падает параллельным пучком на экран \mathcal{E} с отверстием, что соответствует $a = \infty$. За экраном расположена линза L_2 , которая формирует изображение дифракционной картины в точке P' , которое наблюдается в окуляр L_3 . При перемещении окуляра точка P' , совпадающая с его фокусом, смещается, что позволяет наблюдать дифракционные картины, соответствующие различным значениям b .

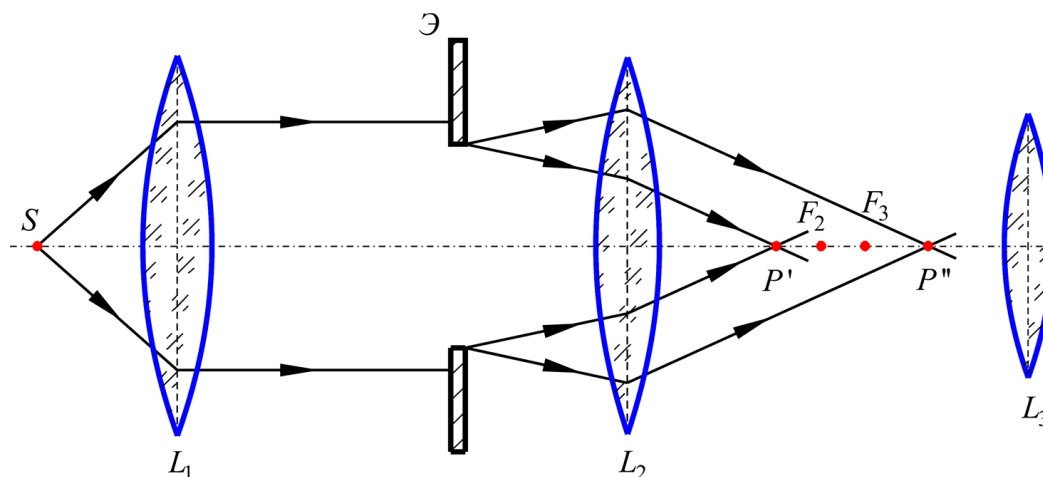


Рис. 5. Укороченная оптическая схема наблюдения картин дифракции Френеля на отверстии в непрозрачном экране

На рис.6 представлена схема, с помощью которой можно рассчитать b , зная расстояние $P'F$, где F – фокальная точка объектива L_2 . По формуле линзы $xx' = f_2^2$, где $x = FP$, $x' = P'F$; $f_2 = BF$ – фокусное расстояние линзы L_2 . Если f_2 и AB не очень велики, то $b = AP = AB + f_2 + FP' \approx FP$ и тогда $b = f_2^2 / P'F$. При $f_2 = 0.4$ м, $AB = 0.15$ м, $b \approx 20$ м, $P'F \sim 8$ мм. Таким образом удастся заметно сократить размеры установки.

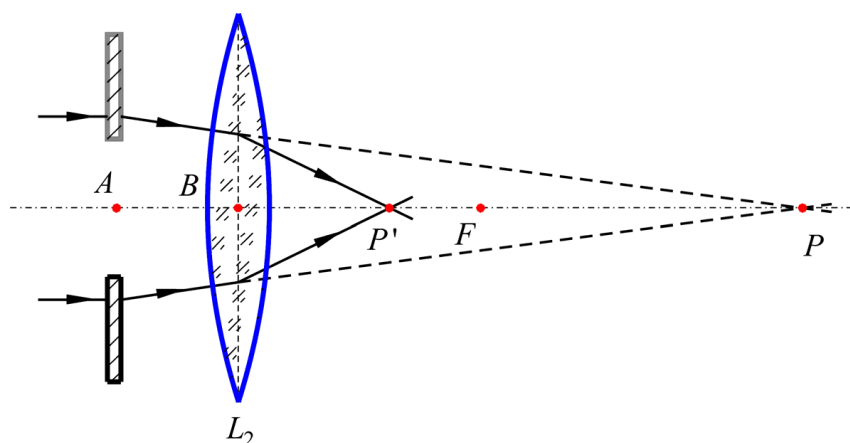


Рис. 6. Схема хода лучей света за отверстием и объективом

Следует отметить, что картины, наблюдаемые в фокальной плоскости окуляра, одни и те же при $P'F > 0$ и при $P'F < 0$. В первом случае картина образована сходящимися лучами, так же, как и при наблюдении ее на экране. Во втором случае она образована расходящимися лучами. При этом разность хода от зоны к зоне будет не $\lambda/2$, а $(-\lambda/2)$, что соответствует повороту спирали (рис.3) на 180° относительно оси

$\varphi = \pi/2$. Нетрудно убедиться, что вид дифракционной картины будет тем же самым, за исключением фазы волны, которая изменяется на π . Заметим, что при $P'F \rightarrow 0$ линзы L_2 и L_3 образуют зрительную трубу, настроенную на ∞ . При этом $m \rightarrow 0$, что соответствует наблюдению дифракции Фраунгофера.

Дифракция Фраунгофера (1821-1822 гг.)

Вернемся к рис.2. Если окажется, что величина b такова, что на отверстии укладывается менее одной зоны, то в точке P будет всегда максимум, а вид дифракционной картины в плоскости экрана, установленного перпендикулярно SP , перестает зависеть от величины b . Очевидно, что такой случай наблюдается, если $b \geq r^2/\lambda$, т.е. когда b достаточно велико и можно считать лучи, идущие от крайних точек отверстия в точку P , параллельными. Такая дифракция в “параллельных лучах” называется дифракцией Фраунгофера. Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на отверстиях простой формы.

Дифракция на щели. На рис.7 показано сечение очень длинной, по сравнению с ее шириной b_0 , щели, на которую нормально падает свет. Линза L_2 собирает параллельные пучки лучей в фокальной плоскости, причем каждой точке P_φ соответствует определенный угол φ , под которым из щели выходит пучок света.

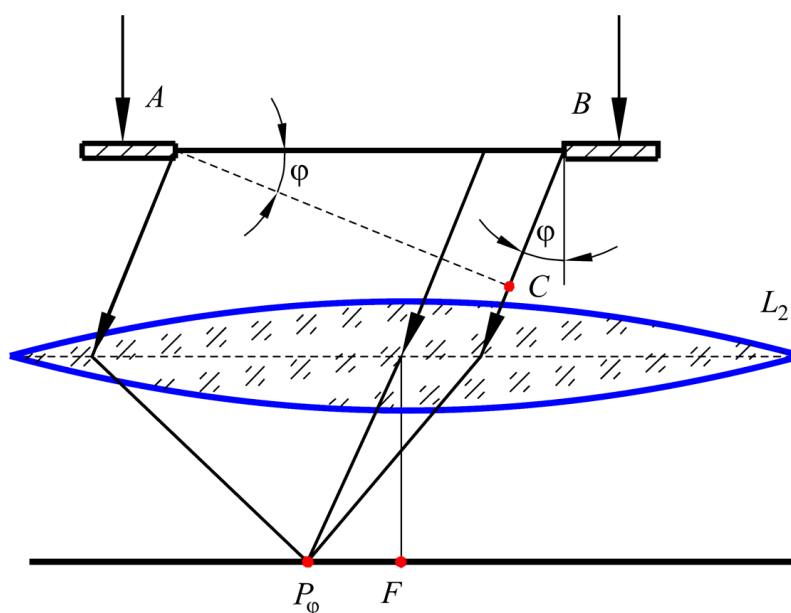


Рис.7. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Разность хода крайних лучей очевидно равна

$$AB \sin \varphi = b_0 \sin \varphi .$$

Разобьем щель на n полосок; тогда разность хода от соседних полосок будет $b_0 \frac{\sin \varphi}{n}$,

разность фаз $\frac{2\pi}{\lambda} b_0 \frac{\sin \varphi}{n}$, а амплитуды колебаний, созданных в P_φ отдельными полосками, будут равны. При условии

$$b \sin \varphi = k\lambda , \quad (4)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$, каждой полоске найдется такая, колебания от которой будут приходить в точку P_ϕ в противофазе и, таким образом, при этом условии будет минимум света в точке P_ϕ . При точечном источнике света S вид дифракционной картины показан на рис.8, а. Пунктиром показано положение щели.

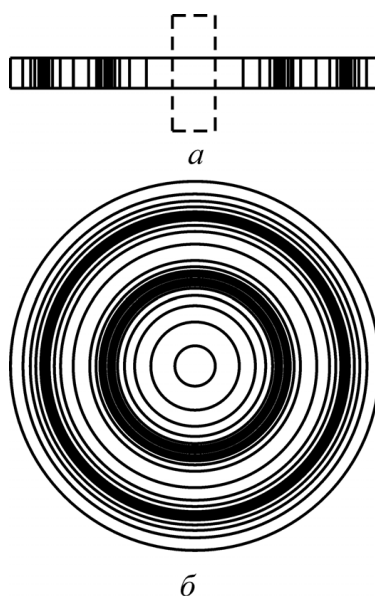


Рис.8. Схематичный вид картин дифракции Фраунгофера на одной щели (а) и на круглом отверстии (б)

Дифракция на круглом отверстии. Заметим, что вследствие симметрии круглого отверстия относительно поворота вокруг оси, перпендикулярной плоскости отверстия и проходящей через центр круга, дифракционная картина должна быть симметричной относительно вращения вокруг этой же оси. Угловое распределение интенсивности имеет нули при условии:

$$\sin \varphi = \mu_k \frac{\lambda}{\pi d}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

где d – диаметр отверстия; $\mu_1 = 3.8317$; $\mu_2 = 7.0156$; $\mu_3 = 10.1735, \dots$. Таким образом, дифракционная картина имеет вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре находится светлое пятно, в котором содержится около 80% всей энергии, прошедшей отверстие. Угловой размер этого центрального максимума равен $\varphi_1 \cong 1,22 \frac{\lambda}{d}$. Вид дифракционной картины показан на рис.8,б.

О структуре оптического изображения

Дифракционное распределение светового поля определяет структуру оптического изображения, создаваемого оптической системой. Это можно пояснить следующими рассуждениями. Пусть за дифракционным отверстием, освещаемым точечным источником, установлена простейшая оптическая система – собирающая линза. Волна, прошедшая через отверстие, преломляется линзой и собирается в малой области, которая является изображением источника. Так как преломление в линзе и дифракция на отверстии происходят независимо, то дифракционная структура поля сохранится в преломленной волне. В результате изображение точечного источника не будет точкой, как это должно быть в рамках представлений геометрической оптики. В

плоскости изображения вместо точки возникает система колец. Распределение интенсивности в плоскости изображения вблизи оптической оси, как показывает теория, соответствует дифракционной картине Фраунгофера. Если изображение располагается в фокальной плоскости линзы (источник удален на бесконечность и отверстие освещается плоской волной), то диаметр центрального светлого пятна, которое можно рассматривать как изображение точечного источника, непосредственно определяется его угловым диаметром φ_1 (5) и фокусным расстоянием линзы f :

$$D = 1.22 \frac{\lambda}{d} f .$$

В реальных оптических системах всегда имеет место ограничение пучков лучей оправы линз или специальными диафрагмами, и, следовательно, изображение точек предмета, создаваемое оптической системой, всегда будет иметь дифракционную структуру. Это ограничивает разрешающую способность оптических систем, т.е. возможность раздельного изображения близлежащих точек предмета. Точки становятся неразличимы, если их дифракционные изображения перекрываются. Так как распределение поля при дифракции носит пространственный характер, то изображение точки представляет собой не плоскую, а пространственную фигуру. Поэтому понятие разрешающей способности распространяется также на случай изображения точек, расположенных вдоль оптической оси системы. Протяженность дифракционного изображения точки в глубину в несколько раз превышает его диаметр в плоскости изображения. Соответственно разрешающая способность оптических систем в направлении оси является более низкой.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задача: изучить дифракцию Френеля на круглом отверстии и дифракцию Фраунгофера на отверстиях различной формы.

Оборудование: гониометр Г-5, набор пластин с отверстиями.

Описание экспериментальной установки

Работа выполняется на гониометре Г-5 – точном оптико-механическом приборе для отсчета углов с ошибкой не более 2". Внешний вид прибора показан на рис.9. Необходимые для выполнения работы органы управления и шкалы отмечены на рисунке. Здесь 1 – маховичок подъема трубы; 2 – маховичок передвижения сетки окулярного микрометра; 3 – окулярный микрометр; 4 – зрительная труба; 5 – маховичок фокусировки; 6 – объектив зрительной трубы; 7 – столик; 8 – объектив коллиматора; 9 – коллиматор; 10 – шкала с нониусом; 11 – осветитель с диафрагмой $\varnothing = 0.03$ мм; 12 – алидада; 13 – микрометрический винт алидады; 14 – зажимной винт алидады. Остальные управляющие элементы находятся в нужном положении; вращать и включать их не рекомендуется. Дотрагиваться до линз ЗАПРЕЩАЕТСЯ.

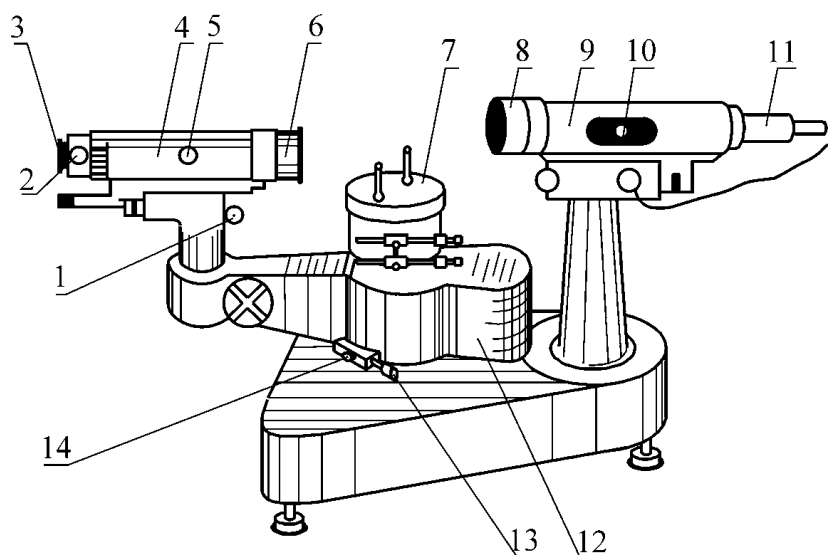


Рис. 9. Внешний вид гониометра Г-5

Подготовка к работе

Включить прибор в сеть. Тумблером “сеть вкл.” на станине прибора включить лампочки подсветки. Отпустив винт 14 и вращая алидаду, получить изображение точечной диафрагмы, наблюдая его в зрительной трубе. Отверстие диафрагмы должно быть точно в фокусе объектива 8 коллиматора 9, для чего маховичком 5 на коллиматоре необходимо установить на шкале 10 показания d_1 – (указано на табличке) от значка ∞ . При этом свет от объектива 8 выходит строго параллельным пучком. На столике 7 устанавливается в стойку непрозрачный экран, в котором вырезано отверстие. Далее дифрагировавший свет попадает в зрительную трубу 4 и объективом 6 собирается вблизи фокальной плоскости окуляра 3. Перемещение окуляра осуществляется маховичком 5 и контролируется по шкале, находящейся на противоположной от маховичка 5 стороне трубы. Установка трубы на бесконечность соответствует отсчету d_2 (указано на табличке) по шкале. Для того чтобы коллиматор и зрительная труба были соосны (изображение было в центре поля зрения), необходимо маховичком 1 установить трубу по вертикали; отпустив винт 14, повернуть рукой алидаду 12 на нужный угол в горизонтальном направлении грубо, а потом, затянув стопорный винт 14 при помощи винта 13, довести изображение в зрительной трубе в центр поля зрения. С помощью сетки, находящейся в поле зрения и могущей перемещаться при вращении маховичка 2, можно отсчитывать координаты в фокальной плоскости окуляра 3. При повороте винта 1 на малое деление, сетка передвигается на 0.004 мм. Так как фокус объектива зрительной трубы равен 400 мм, то одно малое деление соответствует углу в $2''$.

Измерения

Упражнение 1. ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ

Установите на столик на диафрагму № 11 с круглым отверстием $\varnothing 10$ мм. Вращая окуляр, нужно добиться резкого изображения штрихов на сетке окуляра. Вращая маховичок 5, настроить трубу на ∞ (отсчет d_2 по шкале): в центре

дифракционной картины будет светлое пятно. Вращая маховичок 5 в любую сторону добиться того, чтобы в центре появилось сначала темное кольцо (при этом число зон Френеля, укладываемых в отверстие, будет равно 2). Вращая маховичок в ту же сторону, получить в центре снова светлое пятно ($m=3$). Пользуясь рис.4 определить моменты, когда $m = 4, 5$. Записать отсчеты по шале, соответствующие $m=0, 1, 2, 3, 4, 5$. Провести измерения 5 \approx 10 раз. Построить зависимость m от $P'F$, учитывая, что перемещение на одно деление по шкале соответствует изменению $P'F$ на 2.66 мм. Сравнить экспериментальную зависимость $m(P'F)$ и теоретическую

$$m = \frac{r^2}{\lambda b} = \frac{r^2}{\lambda} \frac{P'F}{f_2^2},$$

где $\lambda = 0.55$ мкм, $f_2 = 400$ мм.

Упражнение 2. ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ОТВЕРСТИЯХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

Установить зрительную трубу на ∞ (отсчет d_2). Установить на столике экран №1. С помощью маховичка 2, совмещая последовательно штрих в поле зрения с 3-м, 2-м, 1-м кольцами, записать отсчеты по барабану 2. Перейдя центр картины, снять отсчет на 1, 2, 3 кольцах. Разность отсчетов, соответствующая 1-му, 2-му, 3-му кольцам справа и слева от центра, умноженная на 2, дает угловой диаметр 1-го, 2-го, 3-го колец, т.е. φ в формуле (5). Провести измерения 10 раз и определить средние диаметры колец и стандартное отклонение. Такие же измерения необходимо проделать, устанавливая на столик последовательно экраны №2 и №3.

Построить зависимость $\sin\varphi$, соответствующего k -му минимуму, от k и определить длину волны света по известным размерам отверстия в экранах; определить точность, с которой получена λ , считая, что ошибка в определении размеров отверстий ± 0.05 мм.

Поставить на столик экраны №4, №5, №6. Зарисовать и объяснить дифракционную картину.

Контрольные вопросы

1. Вывести формулы для радиуса зоны и ее площади.
2. Сравнить интенсивности света в точке P при полностью открытом отверстии и при открытой половине первой зоны.
3. Вывести формулы (2) и (3).
4. Как будет влиять на результаты измерений увеличение диаметра точечной диафрагмы в фокальной плоскости коллиматора?
5. Оценить погрешность из-за предположений о малости f_2 и AB относительно b .

Литература

1. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976.
2. Калитиевский Н.И. Волновая оптика. М.: Наука, 1978.